

12. Lidar. *Wikipedia*. Available at: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Лидар> (accessed 18.02.2021).
13. Zuev, V. E., Zuev, V. V. *Distantionnoe opticheskoe zondirovanie atmosfery : monografiya* [Remote optical sensing of the atmosphere : monograph]. Saint-Petersburg, Institute of Atmospheric Optics, 1992. 230 p.
14. Metlin, V. O. *Distantionnoe izmerenie kontsentratsii natriya, skorosti vetra i temperatury v mezosfere po intensivnosti signalov rezonansnoy fluorestsentsii : bakalavrskaya rabota* [Remote measurement of sodium concentration, wind speed, and temperature in the mesosphere by the intensity of resonant fluorescence signals : Bachelor's thesis]. Tomsk, Tomsk State University, 2016. 66 p.

УДК 519.6, 004.021

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОГРУЖЕНИЯ И ВСПЛЫТИЯ ПОДВОДНЫХ АППАРАТОВ С УЧЕТОМ ИХ КОНФИГУРАЦИИ (НА ПРИМЕРЕ ПОДВОДНЫХ ЛОДОК)

Статья поступила в редакцию 07.09.2021, в окончательном варианте – 21.10.2021.

Соловьев Денис Сергеевич, Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина, 392000, Российская Федерация, г. Тамбов, ул. Интернациональная, 33, кандидат технических наук, доцент, ORCID: 0000-0001-6613-3218, e-mail: solovjevdenis@mail.ru

Соловьева Инна Александровна, ¹Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина, 392000, Российская Федерация, г. Тамбов, ул. Интернациональная, 33; ²Тамбовский государственный технический университет, 392000, Российская Федерация, г. Тамбов, ул. Советская, 106,

¹ассистент, ²аспирант, e-mail: good.win32@yandex.ru

Хлебников Владимир Викторович, Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина, 392000, Российская Федерация, г. Тамбов, ул. Интернациональная, 33, кандидат физико-математических наук, доцент, e-mail: khlebnikovvv@mail.ru

Самохвалов Алексей Владимирович, Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина, 392000, Российская Федерация, г. Тамбов, ул. Интернациональная, 33, кандидат педагогических наук, доцент, e-mail: samohvalov@gmail.com

В работе рассматривается состояние вопроса моделирования поведения подводных аппаратов, на основе анализа которого установлено, что недостаточное внимание уделяется исследованию влияния конфигурации аппарата на процессы погружения и всплытия. Для оптимального управления процессами погружения и всплытия с учетом влияния конфигурации аппарата на основе принятых допущений рассматривается разработка соответствующей математической модели. Математическая модель представляет собой задачу Коши в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с начальными условиями. Решение системы уравнений описывается на основе метода Эйлера с контролем шага по времени. Для численного моделирования разработано программное обеспечение с графическим интерфейсом пользователя. В качестве примера рассматривается моделирование всплытия подводной лодки проекта 945 «Барракуда». На основе анализа результатов численных экспериментов выявлены закономерности, которые можно использовать для выработки оптимальной стратегии управления процессами погружения или всплытия подводной лодки.

Ключевые слова: математическая модель, подводный аппарат, погружение, всплытие, численный метод, задача Коши, программное обеспечение

NUMERICAL SIMULATION OF IMMERSION AND ASCENT PROCESSES FOR UNDERWATER VEHICLES TAKING INTO ACCOUNT THEIR CONFIGURATION (ON THE EXAMPLE OF SUBMARINES)

The article was received by the editorial board on 07.09.2021, in the final version – 21.10.2021.

Solovjev Denis S., Tambov State University named after G.R. Derzhavin, 33 Internatsionalnaya St., Tambov, 392000, Russian Federation,

Cand. Sci. (Engineering), Associate Professor, ORCID: 0000-0001-6613-3218, e-mail: solovjevdenis@mail.ru

Solovjeva Inna A., ¹Tambov State University named after G.R. Derzhavin, 33 Internatsionalnaya St., Tambov, 392000, Russian Federation; ²Tambov State Technical University, 106 Sovetskaya St., Tambov, 392000, Russian Federation,

¹assistant, ²postgraduate student, e-mail: good.win32@yandex.ru

Khlebnikov Vladimir V., Tambov State University named after G.R. Derzhavin, 33 Internatsionalnaya St., Tambov, 392000, Russian Federation,

Cand. Sci. (Physics and Mathematics), Associate Professor, e-mail: khlebnikovvv@mail.ru

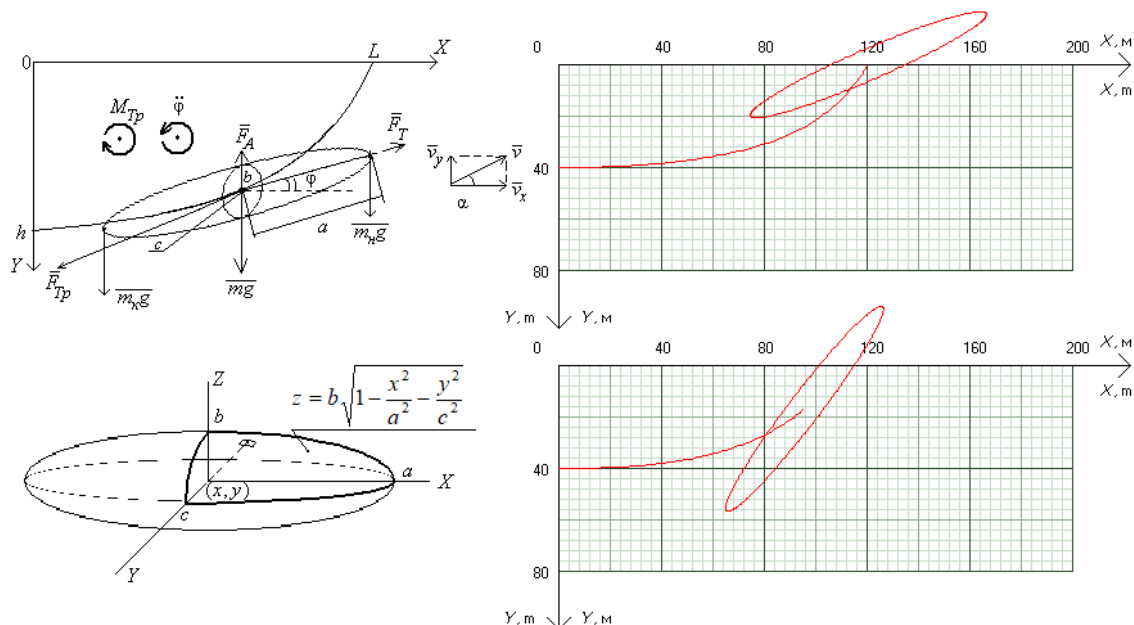
Samokhvalov Alexey V., Tambov State University named after G.R. Derzhavin, 33 Internatsionalnaya St., Tambov, 392000, Russian Federation,

Cand. Sci. (Pedagogy), Associate Professor, e-mail: samokhvalov@gmail.com

In article discusses the modeling problems the behavior of underwater vehicles, based on the analysis of which it was established that insufficient attention is paid to the influence research of the vehicle configuration on the immersion and ascent processes. The mathematical model development for optimal control of the immersion and ascent processes, taking into account the influence of the vehicle configuration on the basis of the accepted assumptions, is considered. The mathematical model is a Cauchy problem in the form of a system of second-order ordinary differential equations with initial conditions. The system of equations solution is described based on the Euler method with control of the time step. A software with a graphical user interface has been developed for numerical simulation. The ascent process modeling of the project 945 «Barracuda» submarine is considered as an example. Regularities that can be used to develop an optimal strategy for controlling the immersion or ascent processes of a submarine are identified based on the analysis of the numerical experiments results.

Keywords: mathematical model, underwater vehicle, immersion, ascent, numerical method, Cauchy problem, software

Graphical annotation (Графическая аннотация)



Введение. Численное моделирование является наиболее распространенным способом, применяемым при исследовании и оптимизации различных объектов и процессов [1–4]. В настоящее время все еще актуальными остаются вопросы изучения законов и процессов, связанных с передвижением механизмов и управлением ими в плотной среде. Одним из таких вопросов является компьютерное моделирование поведения подводных аппаратов с учетом различных факторов. В работе [5] рассматривается имитационное моделирование на основе динамических событий и дискретного времени для расчета уравнений движения подводной лодки. Работа [6] посвящена экспериментальному исследованию процесса статического всплытия модели объекта с заданной плавучестью и в заданном положении. В работах [7, 8] моделируется движение подводной лодки под поверхностью льда в ледяном покрове. Работа [9] демонстрирует движение погруженного тела с различной скоростью вблизи свободной поверхности жидкости. Работа [10] изучает характеристики гребного винта подводной лодки в условиях погружения и надводных условиях. В работе [11] моделируется плавучесть подводного аппарата с помощью изменения его объема. Работа [12] демонстрирует использование вычислительной гидродинамики для решения уравнения с шестью степенями свободы, описывающего движение подводного аппарата. Следует отметить, что недостаточное внимание уделяется исследованию влияния конфигурации аппарата на процессы погружения и всплытия. Для оптимального

управления процессами погружения и всплытия с учетом влияния конфигурации аппарата необходима разработка соответствующей математической модели.

Целью работы является численное моделирование погружения и всплытия подводных аппаратов с учетом их конфигурации (на примере подводных лодок).

Материалы и методы. Подводная лодка способна плыть при условии равенства ее массы массе воды, которую она вытесняет. Вытесненная вода вызывает восходящую силу, называемую плавучестью. Плавучесть действует в направлении, противоположном силе тяжести. При погружении под воду или всплытии на поверхность воды подводная лодка должна изменять свою плавучесть. Подводная лодка для контроля силы плавучести, действующей на нее, содержит балластные цистерны, которые заполняются/продуваются водой/воздухом, чтобы погрузиться/всплыть на поверхность. Балластные цистерны располагаются в различных положениях в зависимости от модели подводной лодки. В нижней части балластных цистерн имеются клапаны (кингстоны), которые открываются, когда подводной лодке приходит время погружаться. Кингстонный клапан работает в сочетании с вентиляционными отверстиями в верхней части цистерны, которые позволяют воздуху, попавшему в нее, выйти наружу. После выхода воздуха вода поступает на дно цистерны, что делает подводную лодку тяжелее и влечет за собой ее погружение. Для реализации процесса всплытия осуществляется закрытие вентиляционных отверстий и подача сжатого воздуха для выдавливания воды из цистерн через кингстоны, тем самым делая подводную лодку легче.

При построении математической модели будем исходить из следующих предположений:

- 1) сила сопротивления среды прямо пропорциональна скорости движения (обтекание ламинарное) и площади миделя;
- 2) при вращении лодки в среде сила сопротивления так же прямо пропорциональна линейной скорости участка миделя и площади этого участка с тем же коэффициентом пропорциональности, что и в предположении 1;
- 3) при всплытии с дифферентом можно пренебречь смещением центра тяжести и возникающими при этом дополнительными вращающими моментами от действия сил трения, возникающими в результате наличия линейных скоростей;
- 4) мощность силы сопротивления при стремлении скорости к максимальному значению стремится по модулю к максимальной мощности силовой установки (так как при равномерном движении кинетическая энергия лодки не изменяется – суммарная мощность силовых установок и сил сопротивления, действующих на лодку, равна нулю);
- 5) до начала всплытия лодка двигалась прямолинейно и равномерно;
- 6) сила тяги направлена вдоль большой оси лодки и приложена к центру тяжести.

Пусть положение лодки однозначно задается координатами центра тяжести x , y и дифферентом φ . Введем систему координат для задания сил, действующих на тело, согласно рисунку 1.

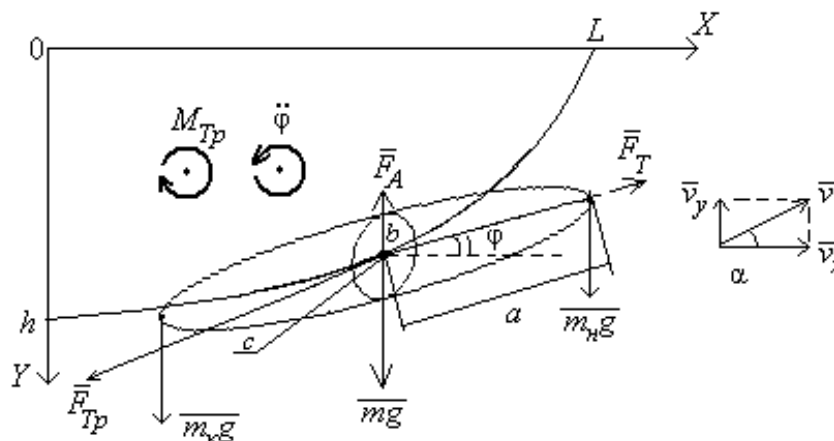


Рисунок 1 – Силы, действующие на движущееся тело

На рисунке 1 приняты следующие обозначения: F_T – сила тяги; F_A – сила Архимеда; F_{Tp} – сила трения; h – начальная глубина погружения по OY ; L – расстояние по OX ; v_x – скорость по OX ; v_y – скорость по OY ; a , b , c – длина, высота и ширина тела; g – ускорение свободного падения; m_n , m_k , m – масса в носовом и кормовом кингстоне, а также суммарная масса тела; M_{Tp} – момент сил трения при вращении вокруг оси OY ; α – угол между вектором скорости и горизонталью.

Спроецировав силы F_T , F_A и F_{Tp} на оси OX и OY и применив 2-й закон Ньютона, получим следующие соотношения:

$$OX: (m(\tau) + m_n(\tau) + m_k(\tau))\ddot{x}(\tau) = F_T \cos \varphi(\tau) - F_{Tp}(\tau) \cos \alpha(\tau), \quad (1)$$

$$OY: (m(\tau) + m_n(\tau) + m_k(\tau))\ddot{y}(\tau) = F_{Tp}(\tau) \sin \alpha(\tau) - F_T \sin \varphi(\tau) + (m(\tau) + m_n(\tau) + m_k(\tau))g - F_A, \quad (2)$$

где τ – момент времени.

Кроме того, лодка вращается относительно горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести:

$$J\ddot{\varphi}(\tau) = (m_k(\tau) - m_n(\tau))ga \cos \varphi(\tau) - M_{Tp}(\tau), \quad (3)$$

где J – момент инерции при вращении вокруг горизонтальной оси OY , проходящей через центр тяжести.

Сила тяги определяется согласно:

$$F_T = \frac{P_{\max} v_0}{v_{\max}^2}, \quad (4)$$

где $P_{\max}$ – максимальная мощность силовой установки лодки;

$v_0, v_{\max}$ – начальная и максимальная скорость лодки.

При равномерном прямолинейном движении сила тяги F_T равна силе сопротивления F_{Tp} , которая пропорциональна скорости движения согласно допущению 1.

Сила Архимеда определяется согласно:

$$F_A = \rho g W, \quad (5)$$

где ρ – плотность среды;

W – объем тела, описываемого эллипсоидом:

$$W = \frac{4\pi}{3} abc. \quad (6)$$

Масса тела в носовом и кормовом кингстоне изменяется с течением времени по закону:

$$m_n(\tau) = m_{k0} - \delta \tau, \quad (7)$$

$$m_k(\tau) = m_{k0} + \delta \tau, \quad (8)$$

где m_{k0} – масса в носовом/кормовом кингстонах в начальный момент времени;

δ – скорость перекачки из носового кингстона в кормовой.

Суммарная масса тела с учетом центрального кингстона определяется согласно:

$$m(\tau) = m_{\min} + m_0 + 2m_{k0} - \gamma \tau, \quad (9)$$

где $m_{\min}$ – минимальная масса лодки;

m_0 – начальная масса в центральном кингстоне;

γ – скорость опустошения центральных кингстонов.

Поскольку вектор траектории наклонен к большой оси вертикального сечения эллипсоида на угол $(\alpha - \varphi)$, мидель лодки представляет собой эллипс с полуосями c и $\sqrt{b^2 \cos^2(\alpha(\tau) - \varphi(\tau)) + a^2 \sin^2(\alpha(\tau) - \varphi(\tau))}$.

Так как сила трения F_{Tp} пропорциональна площади миделя S_m , то:

$$\begin{aligned} F_{Tp}(\tau) &= k v(\tau) S_m = \frac{P_{\max}}{v_{\max}^2 S_{m\min}} S_m v(\tau) = \frac{P_{\max}}{v_{\max}^2 \pi b c} S_m \sqrt{v_x^2(\tau) + v_y^2(\tau)} = \\ &= \frac{P_{\max}}{v_{\max}^2 \pi b c} \pi c \sqrt{b^2 \cos^2(\alpha(\tau) - \varphi(\tau)) + a^2 \sin^2(\alpha(\tau) - \varphi(\tau))} \sqrt{\dot{x}^2(\tau) + \dot{y}^2(\tau)} = \\ &= \frac{P_{\max}}{v_{\max}^2} \sqrt{b^2 \cos^2(\alpha(\tau) - \varphi(\tau)) + a^2 \sin^2(\alpha(\tau) - \varphi(\tau))} \sqrt{\dot{x}^2(\tau) + \dot{y}^2(\tau)}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $S_{m\min}$ – минимальная площадь миделя; $\alpha(\tau)$ рассчитывается как:

$$\alpha(\tau) = \arctg \frac{-v_y(\tau)}{v_x(\tau)}. \quad (11)$$

Для определения момента силы трения M_{Tp} разобьем мидель вращения, который представляет собой эллипс с полуосями a и c (рис. 2), на элементарные сегменты dx и перейдем к пределу при стремлении длины наибольшего сегмента к нулю.

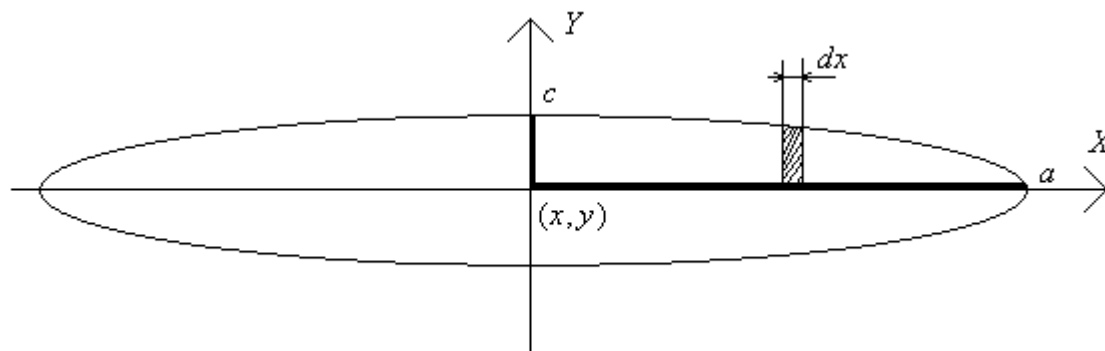


Рисунок 2 – Миделевое сечение тела

При расчете рассмотрим четверть миделя и умножим результат на 4, тогда получим, что:

$$M_{Tp}(\tau) = 4 \frac{P_{\max}}{\pi v_{\max}^2 b c} \int_0^a \omega(\tau) x c \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} dx = \frac{2 P_{\max} \omega(\tau) a^2}{\pi v_{\max}^2 b} \int_0^1 \sqrt{1 - t} dt = \frac{2 P_{\max} \omega(\tau)}{\pi v_{\max}^2 b} \left(-a^2 \frac{2}{3} \sqrt{\left(1 - \frac{t}{a^2}\right)^3} \right) \Big|_0^a = \frac{4 P_{\max} a^2}{3 \pi v_{\max}^2 b} \omega(\tau), \quad (12)$$

где $\omega(\tau)$ – угловая скорость вращения.

Момент инерции J относительно оси вращения OY определим, условно положив, что масса воды в кингстонах сосредоточена в точках, масса лодки равномерно распределена по оболочке z (см. рисунок 3), уравнение верхней части поверхности которой имеет вид:

$$z = b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{c^2}}. \quad (13)$$

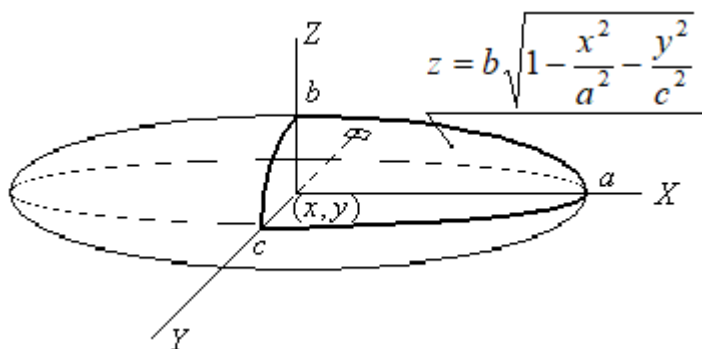


Рисунок 3 – Уравнение поверхности верхней оболочки лодки

Тогда площадь оболочки определяется как:

$$S_0 = 8 \int_0^a \int_0^{c \sqrt{1-x^2/a^2}} \sqrt{1 + z_x^2 + z_y^2} dy dx = 8 \int_0^a \int_0^{c \sqrt{1-x^2/a^2}} \sqrt{1 + b^2 \frac{x^2/a^4 + y^2/c^4}{1-x^2/a^2 - y^2/c^2}} dy dx, \quad (14)$$

а момент инерции оболочки рассчитывается следующим образом:

$$\begin{aligned}
J_0 &= 8 \frac{m_{\min}}{S_0} \int_0^a \int_0^{\sqrt{1-x^2/a^2}} \left(b^2 + \frac{a^2-b^2}{a^2} x^2 + \frac{c^2-b^2}{c^2} y^2 \right) \sqrt{1+b^2 \frac{x^2/a^4 + y^2/c^4}{1-x^2/a^2 - y^2/c^2}} dy dx = \\
&= m_{\min} \frac{\int_0^a \int_0^{\sqrt{1-x^2/a^2}} \left(b^2 + \frac{a^2-b^2}{a^2} x^2 - \frac{b^2}{c^2} y^2 \right) \sqrt{1+b^2 \frac{x^2/a^4 + y^2/c^4}{1-x^2/a^2 - y^2/c^2}} dy dx}{\int_0^a \int_0^{\sqrt{1-x^2/a^2}} \sqrt{1+b^2 \frac{x^2/a^4 + y^2/c^4}{1-x^2/a^2 - y^2/c^2}} dy dx}.
\end{aligned} \quad (15)$$

В таком случае полный момент инерции примет вид:

$$J = J_0 + (m_n(\tau) + m_k(\tau))a^2 = J_0 + a^2 m_{k0}. \quad (16)$$

С учетом формул (4)–(16) перепишем уравнения (1)–(3) следующим образом:

$$\begin{cases}
\ddot{x}(\tau) = (m(\tau) + m_n(\tau) + m_k(\tau))^{-1} \left(\frac{P_{\max} v_0}{v_{\max}^2} \cos \varphi(\tau) - F_{Tp}(\tau) \cos \alpha(\tau) \right) \\
\ddot{y}(\tau) = (m(\tau) + m_n(\tau) + m_k(\tau))^{-1} \left(F_{Tp}(\tau) \sin \alpha(\tau) - F_T \sin \varphi(\tau) - \frac{4\pi abc g p}{3} \right) + g \\
\ddot{\varphi}(\tau) = J^{-1} \left((m_k(\tau) - m_n(\tau)) g a \cos \varphi(\tau) - \frac{4P_{\max} a^2 \omega(\tau)}{3\pi v_{\max}^2 b} \right)
\end{cases} \quad (17)$$

Полученную систему (17) можно свести к задаче Коши:

$$\begin{cases}
\dot{x}(\tau) = (m(\tau) + m_n(\tau) + m_k(\tau))^{-1} \left(\frac{P_{\max} v_0}{v_{\max}^2} \cos \varphi(\tau) - F_{Tp}(\tau) \cos \alpha(\tau) \right) \\
\dot{y}(\tau) = (m(\tau) + m_n(\tau) + m_k(\tau))^{-1} \left(F_{Tp}(\tau) \sin \alpha(\tau) - F_T \sin \varphi(\tau) - \frac{4\pi abc g p}{3} \right) + g \\
\dot{\varphi}(\tau) = J^{-1} \left((m_k(\tau) - m_n(\tau)) g a \cos \varphi(\tau) - \frac{4P_{\max} a^2 \omega(\tau)}{3\pi v_{\max}^2 b} \right) \\
\dot{x}(\tau) = v_x(\tau) \\
\dot{y}(\tau) = v_y(\tau) \\
\dot{\varphi}(\tau) = \omega(\tau)
\end{cases} \quad (18)$$

с начальными условиями:

$$\begin{cases}
x(0) = 0 \\
y(0) = h \\
v_x(0) = v_0 \\
v_y(0) = 0 \\
\varphi(0) = 0 \\
\omega(0) = 0
\end{cases} \quad (19)$$

Решение системы (18) с начальными условиями (19) отыскивается на основе численного метода конечных разностей.

Следует отметить, что моделирование процесса погружения подводной лодки в точности по всем физическим законам совпадает с процессом всплытия, с той лишь разницей, что вектора поменяют свои направления на противоположные.

Экспериментальная часть. Решение системы (18) с начальными условиями (19) отыскивалось по следующему алгоритму:

1. Выбрать стартовый шаг по времени $d\tau$.

2. Для функций $x(\tau=0)$, $y(\tau=0)$, $v_x(\tau=0)$, $v_y(\tau=0)$, $\varphi(\tau=0)$, $\omega(\tau=0)$ согласно условиям (19) инициализировать начальные значения соответствующих элементов массивов: $x[i=0]=0$, $y[i=0]=h$, $v_x[i=0]=v_0$, $v_y[i=0]=0$, $\varphi[i=0]=0$, $\omega[i=0]=0$.

3. До тех пор, пока $y[i]>0$, вычислять значения $x[i+1]$, $y[i+1]$, $v_x[i+1]$, $v_y[i+1]$, $\varphi[i+1]$, $\omega[i+1]$ по формулам Эйлера [13]:

$$\begin{aligned}
x[i+1] &= x[i] + dt f_1(x[i], y[i], vx[i], vy[i], fi[i], omega[i], idt) \\
y[i+1] &= y[i] + dt f_2(x[i], y[i], vx[i], vy[i], fi[i], omega[i], idt) \\
vx[i+1] &= vx[i] + dt f_3(x[i], y[i], vx[i], vy[i], fi[i], omega[i], idt) \\
vy[i+1] &= vy[i] + dt f_4(x[i], y[i], vx[i], vy[i], fi[i], omega[i], idt) \\
fi[i+1] &= fi[i] + dt f_5(x[i], y[i], vx[i], vy[i], fi[i], omega[i], idt) \\
omega[i+1] &= omega[i] + dt f_6(x[i], y[i], vx[i], vy[i], fi[i], omega[i], idt) \\
i &= i+1 \\
\tau &= \tau + dt,
\end{aligned}$$

где $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6$ – соответствующие функции в правой части системы уравнений (18).

4. Шаг по времени dt уменьшить в 2 раза и выполнить пп. 2, 3.

5. Сравнить новое и старое значения $x[MaxInd]$, где $MaxInd$ – индекс последнего элемента в массиве x . Повторить п. 4 до тех пор, пока разница между предыдущим и последующим значениями $x[MaxInd]$ превышает точность вычислений ϵ .

В результате работы алгоритма массивы x, y, vx, vy содержат координаты точек траектории и величины скоростей в этих точках, вычисленные с требуемой точностью.

Для численного моделирования было разработано программное обеспечение с графическим интерфейсом пользователя в среде *Embarcadero Delphi 10.4 Sydney* [14]. Данное программное обеспечение предусматривает возможность задания размеров лодки (длина, высота и ширина, м) и начальных параметров всплытия подводной лодки: минимальная масса, кг; максимальная мощность силовых установок, Вт; максимальная скорость, м/с; общее заполнение кингстонов, кг; масса воды в носовом и кормовом кингстонах, кг; скорость опустошения и скорость перекачки из носового в кормовой кингстон, кг/с; плотность среды кг/м^3 ; начальная глубина погружения, м; начальная скорость, м/с. В результате моделирования программное обеспечение осуществляет расчет следующих параметров: скорости лодки по осям OX и OY , м/с; угол между вектором скорости и горизонталью, °; длительность всплытия, с; расстояние, пройденное лодкой в процессе всплытия, м; дифферент, °; общая масса лодки, кг; масса воды в центральном кингстоне, кг. На основе рассчитанных параметров осуществляется визуализация траектории всплытия подводной лодки.

Для моделирования были использованы параметры подводных лодок третьего поколения проекта 945 «Барракуда» по кодификации «*Sierra-I*», построенных в 1979-1986 годах в СССР [15]. Данная подводная лодка имела размеры $a = 50$ м, $b = 6$ м, $c = 4,5$ м, минимальную массу $m_{\min} = 4 \cdot 10^6$ кг, максимальную мощность силовых установок $P_{\max} = 31,65 \cdot 10^6$ Вт и максимальную скорость $v_{\max} = 18$ м/с. Расчеты осуществлялись при плотности воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ для температуры 4°C .

Результаты и их обсуждение. При исходных данных: глубина погружения $h = 40$ м; начальная скорость $v_0 = 1,02$ м/с и суммарная масса $m = 5,654 \cdot 10^6$ кг; начальная масса в центральном $m_0 = 1,4 \cdot 10^6$ кг и носовом $m_{k0} = 0,127 \cdot 10^6$ кг кингстоне; скорость перекачки $\delta = 1$ кг/с и опустошения $\gamma = 50$ кг/с – в результате моделирования с точностью $\epsilon = 0,001$ м получены следующие расчетные значения на момент всплытия: скорость лодки $v_x = 0,2$ м/с и $v_y = 0,31$ м/с; угол между вектором скорости и горизонталью $\alpha = 57^\circ$; длительность всплытия $\tau = 219,9$ с; расстояние, пройденное лодкой в процессе всплытия, $L = 120,5$ м; дифферент $\phi = 23,43^\circ$; суммарная масса лодки $m = 5,643 \cdot 10^6$ кг; масса воды в центральном кингстоне $m_0 = 1,643 \cdot 10^6$ кг. На рисунке 4 демонстрируется траектория всплытия подводной лодки, соответствующая расчетным данным.

При изменении скорости перекачки с $\delta = 1$ кг/с до $\delta = 5$ кг/с в результате моделирования получены следующие расчетные значения на момент всплытия: скорость лодки $v_x = 0,63$ м/с и $v_y = 0,55$ м/с; угол между вектором скорости и горизонталью $\alpha = 41,15^\circ$; длительность всплытия $\tau = 101,6$ с; расстояние, пройденное лодкой в процессе всплытия, $L = 95,5$ м; дифферент $\phi = 52,58^\circ$; суммарная масса лодки $m = 5,648 \cdot 10^6$ кг; масса воды в центральном кингстоне $m_0 = 1,648 \cdot 10^6$ кг. Данные результаты соответствуют опрокидыванию лодки вследствие слишком большого угла дифферента, вызванного выбором неверных параметров перекачки воды из носового в кормовые кингстоны. На рисунке 5 демонстрируются недопустимая траектория всплытия подводной лодки, соответствующая расчетным данным.

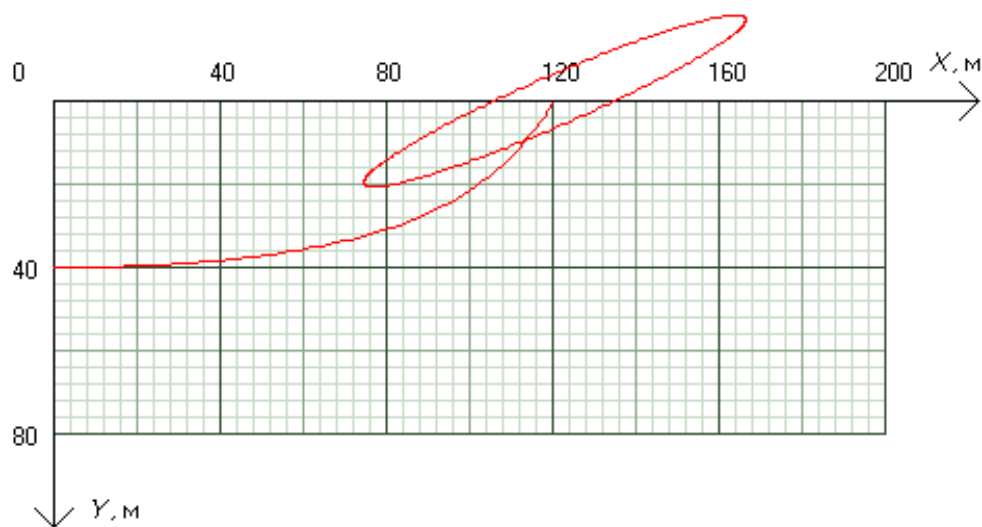


Рисунок 4 – Допустимая траектория всплытия подводной лодки

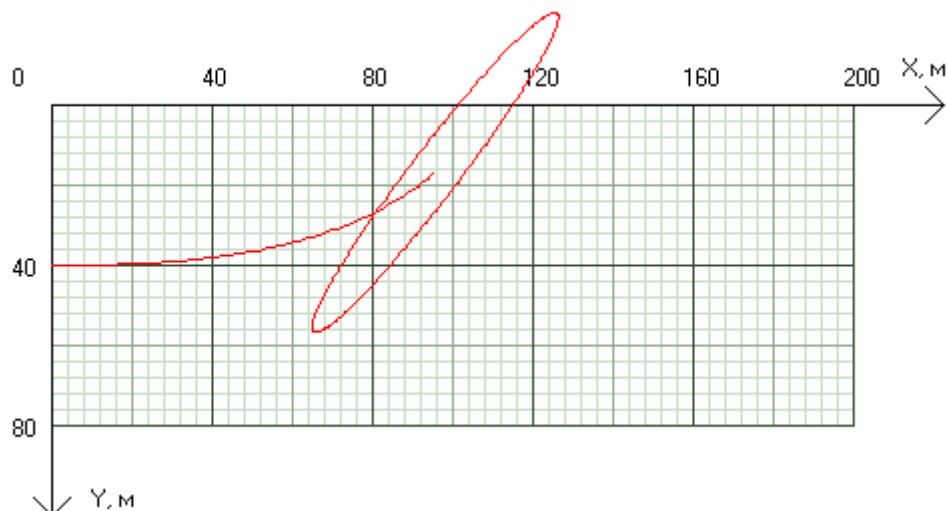


Рисунок 5 – Недопустимая траектория всплытия подводной лодки

Дальнейший анализ численных экспериментов выявил ряд закономерностей:

1. При малой начальной скорости горизонтального движения скорость опустошения центрального кингстона должна превышать скорость перекачки воды из носового кингстона в кормовой не менее чем на полтора порядка. Другими словами, скорость перекачки воды должна быть более чем в 50 раз меньше скорости опустошения центрального кингстона. В противном случае предельный дифферент будет достигнут до окончания процесса всплытия. При погружении речь должна идти о скорости заполнения центрального кингстона водой.

2. При больших скоростях горизонтального движения (порядка 10 м/с) разница в скоростях может приближаться к одному порядку. То есть скорость опустошения (или заполнения) центрального кингстона может превышать скорость перекачки воды из носового в кормовой (или наоборот) кингстон в 10 и более раз. При меньшей разности скоростей предельный дифферент достигается раньше окончания процесса всплытия (или погружения).

Заключение. Для повышения адекватности результатов математического моделирования погружения и всплытия подводной лодки был предложен ряд усложнений, направленный на учет ее конфигурации. Формулы, использованные для решения системы уравнений математической модели в п. 3 алгоритма, были выбраны в силу их простоты, а сам алгоритм расчета по ним организован так, что гарантируется заданная мера близости решения к точному с точки зрения требуемого модуля разности между значениями горизонтальной длины траектории, соответствующими точному и приближенному решениям. Вместо формул п. 3 можно использовать, в частности, метод

Рунге – Кутта, однако выражения для такой системы (6 на 6 уравнений) будут весьма громоздкими и повлекут увеличение длительности расчета. С использованием разработанного программного обеспечения имеется возможность проводить численные эксперименты для других подводных аппаратов с учетом их особенностей (форма корпуса, мощность силовой установки, максимальная скорость и так далее), анализ результатов которых можно использовать для выработки оптимальной стратегии управления процессами погружения или всплытия. Оптимизируемыми параметрами могут являться: длительность процесса, пройденное расстояние, затраченная энергия, минимальная разность между углом вектора скорости движения и дифферента.

Библиографический список

1. Mudarisov, S. G. Modeling the technological process of tillage / S. G. Mudarisov, I. I. Gabitov, Y. P. Lobachevsky, N. K. Mazitov, R. S. Rakhimov, R. R. Khamaletdinov, I. R. Rakhimov, I. M. Farkhutdinov, A. M. Mukhametdinov, R. T. Gareev // *Soil and Tillage Research*. – 2019. – Vol. 190. – P. 70–77.
2. Легкоступов, М. С. К вопросу о модели образования планетных систем звезд солнечного типа / М. С. Легкоступов // *Математическое моделирование*. – 2020. – Т. 32, № 3. – С. 81–101.
3. Кубышкин, В. А. Оптимальное по быстродействию граничное управление для систем, описываемых уравнением диффузии дробного порядка / В. А. Кубышкин, С. С. Постнов // *Автоматика и телемеханика*. – 2018. – № 5. – С. 137–152.
4. Соловьев, Д. С. Применение решения обратной задачи математического моделирования гальванического процесса для оптимизации неравномерности толщины покрытия / Д. С. Соловьев, И. А. Соловьева, Ю. В. Литовка // *Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии*. – 2020. – № 1 (49). – С. 131–143.
5. Cha, J.-H. Submarine Diving and Surfacing Simulation Using Discrete Event and Dynamic-based Discrete Time Combined Modeling Architecture / J.-H. Cha, M.-I. Roh, K.-Y. Lee // *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*. – 2010. – Vol. 47 (2). – P. 248–257.
6. Свистунов, И. А. Физическое моделирование статического всплытия подводной лодки из-под льда в ледовом бассейне ААНИИ / И. А. Свистунов, А. В. Чернов, Н. А. Крупина, В. А. Лихоманов, П. В. Максимова // *Проблемы Арктики и Антарктики*. – 2016. – № 3 (109). – С. 85–93.
7. Грамузов, Е. М. Погружение подводного судна, вмерзшего в лед / Е. М. Грамузов, А. Г. Ларин // *Полярная механика*. – 2018. – № 4. – С. 111–116.
8. Земляк, В. Л. Оценка эффективности всплытия подводных судов в ледяном покрове, ослабленном свободной кромкой / В. Л. Земляк, В. М. Козин, А. В. Погорелова, Н. О. Баурин, К. И. Ипатов, С. В. Радионов // *Полярная механика*. – 2018. – № 4. – С. 217–226.
9. Земляк, В. Л. Движение погруженного тела вблизи свободной поверхности жидкости / В. Л. Земляк, А. С. Васильев, В. М. Козин // *Вестник Инженерной школы Дальневосточного федерального университета*. – 2020. – № 4 (45). – С. 16–25.
10. Vali, A. Experimental and Numerical Study of a Submarine and Propeller Behaviors in Submergence and Surface Conditions / A. Vali, B. Saranjam, R. Kamali // *Journal of Applied Fluid Mechanics*. – 2018. – Vol. 11. – P. 1297–1308.
11. Ремизов, И. И. Об оценке целесообразности использования системы регулирования плавучести подводного аппарата на основе принципа изменения его объема / И. И. Ремизов, И. В. Говорун // *Морской вестник*. – 2019. – № 1(69). – С. 14–17.
12. Zhang, Z. Numerical Simulation of Submarine Surfacing Motion in Regular Waves / Z. Zhang, L. Guo, P. Wei, X. Wang, D. Feng // *Iranian Journal of Science and Technology: Transactions of Mechanical Engineering*. – 2020. – Vol. 44(8). – P. 359–372.
13. Самарский, А. А. Численные методы математической физики / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – Москва : Научный мир, 2000. – 358 с.
14. Соловьев, Д. С. Численное моделирование погружения и всплытия подводной лодки с учетом ее конфигурации : свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2021614952 / Д. С. Соловьев, И. А. Соловьева, В. В. Хлебников, А. В. Самохвалов, А. А. Скворцов. – Дата регистрации 01.04.2021.
15. Ильин, В. Е. Подводные лодки России. Иллюстрированный справочник / В. Е. Ильин, А. И. Колесников. – Москва : АСТ, 2002. – 140 с.

References

1. Mudarisov, S. G., Gabitov, I. I., Lobachevsky, Y. P., Mazitov N. K., Rakhimov R. S., Khamaletdinov R. R., Rakhimov I. R., Farkhutdinov I. M., Mukhametdinov A. M., Gareev R. T. Modeling the technological process of tillage. *Soil and Tillage Research*, 2019, vol. 190, pp. 70–77.
2. Legkostupov, M. S. K voprosu o modeli obrazovaniya planetnykh sistem zvezd solnechnogo tipa [On the issue of the model of formation of planet systems of the solar-type stars]. *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical Models and Computer Simulations], 2020. vol. 32, no. 3. pp. 81–101.
3. Kubyshekin, V. A., Postnov, S. S. Optimalnoe po bystrodeystviyu granichnoe upravlenie dlya sistem, opisyyemykh uravneniem diffuzii drobnogo poryadka [Time-optimal boundary control for systems defined by a fractional order diffusion equation]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], 2018, no. 5, pp. 137–152.

4. Solovyev, D. S., Solovyeva, I. A., Litovka, Yu. V. Primenenie resheniya obratnoy zadachi matematicheskogo modelirovaniya galvanicheskogo protsessa dlya optimizatsii neravnomernosti tolshchiny pokrytiya [Inverse problem solution of the mathematical modeling for galvanic process to optimize the non-uniformity of the coating thickness]. *Prikaspiyskiy zhurnal: upravlenie i vysokie tekhnologii* [Caspian Journal: Control and High Technologies], 2020, no. 1 (49), pp. 131–143.
5. Cha J.-H., Roh M.-I., Lee K.-Y. Submarine Diving and Surfacing Simulation Using Discrete Event and Dynamic-based Discrete Time Combined Modeling Architecture. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 2010, vol. 47 (2), pp. 248–257.
6. Svistunov, I. A., Chernov, A. V., Krupina, N. A., Likhomanov, V. A., Maksimova, P. V. Fizicheskoe modelirovanie staticheskogo vsplytiya podvodnoy lodki iz-podo lda v ledovom bassejne AANII [Physical modeling of surfacing underwater object from under the ice in the AARI's ice tank]. *Problemy Arktiki i Antarktiki* [Arctic and Antarctic Research], 2016, no. 3 (109), pp. 85–93.
7. Gramuzov, E. M., Larin, A. G. Pogruzhenie podvodnogo sudna, vmershego v led [Diving of the underwater vessel become ice-bound]. *Polyarnaya mekhanika* [Polar Mechanics], 2018, no. 4, pp. 111–116.
8. Zemlyak, V. L., Kozin, V. M., Pogorelova, A. V., Baurin, N. O., Ipatov, K. I., Radionov, S. V. Otsenka effektivnosti vsplytiya podvodnykh sudov v ledyanom pokrove, oslablennom svobodnoy kromkoy [Assessment of the effectiveness of the surfacing of submarine vessels in the ice cover, weakened by the free edge]. *Polyarnaya mekhanika* [Polar Mechanics], 2018, no. 4, pp. 217–226.
9. Zemlyak, V. L., Vasilyev, A. S., Kozin, V. M. Dvizhenie pogruzhennogo tela vblizi svobodnoy poverhnosti zhidkosti [The movement of a submerged body near the free surface of a liquid]. *Vestnik Inzhenernoy shkoly Dalnevostochnogo federalnogo universiteta* [FEFU: School of Engineering Bulletin], 2020, no. 4 (45), pp. 16–25.
10. Vali, A., Saranjam, B., Kamali, R. Experimental and Numerical Study of a Submarine and Propeller Behaviors in Submergence and Surface Conditions. *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 2018, vol. 11, pp. 1297–1308.
11. Remizov, I. I., Govorun, I. V. Ob otsenke tselesoobraznosti ispolzovaniya sistemy regulirovaniya plavuchesti podvodnogo apparata na osnove printsipa izmeneniya ego obema [On assessing the feasibility of using a system for controlling the buoyancy of an underwater vehicle based on the principle of changing its volume]. *Morskoy vestnik* [Marine Bulletin], 2019, no. 1 (69), pp. 14–17.
12. Zhang, Z., Guo, L., Wei, P., Wang, X., Feng, D. Numerical Simulation of Submarine Surfacing Motion in Regular Waves. *Iranian Journal of Science and Technology: Transactions of Mechanical Engineering*, 2020, vol. 44 (8), pp. 359–372.
13. Samarsky, A. A., Gulin, A. V. *Chislennyye metody matematicheskoy fiziki* [Numerical methods of mathematical physics]. Moscow, Nauchnyy mir Publ., 2000. 358 p.
14. Solovyev D. S., Solovyeva I. A., Khlebnikov V. V., Samokhvalov A. V., Skvortsov A. A. *Chislennoe modelirovanie pogruzheniya i vsplytiya podvodnoy lodki s uchetom ee konfiguratsii : svidetelstvo ob ofitsialnoy registratsii programm dlya EVM № 2021614952* [Numerical simulation of immersion and ascent processes for submarine taking into account its configuration : certificate on official registration of the computer program No. 2021614952], registration date 01.04.2021.
15. Ilin, V. E., Kolesnikov, A. I. *Podvodnye lodki Rossii. Illyustrirovannyi spravochnik* [Submarines of Russia. An Illustrated Guide]. Moscow, AST Publ., 2002. 140 p.