

6. Kuzmina A. B., Brumshteyn Yu. M., Solopov V. Yu. IT-kompetentnost naseleniya kak faktor sotsialno-ekonomicheskogo razvitiya regiona [Population IT competence as a factor of social and economic development of the region]. *Prikaspiyskiy zhurnal: upravlenie i vysokie tekhnologii* [Caspian Journal: Management and High Technologies], 2012, no. 2, pp. 43–52.

7. Nikitenko I. D. Marketingovyte resheniya po minimizatsii riskov snizheniya imidzhevoy privlekatelnosti obrazovatel'nogo uchrezhdeniya [Marketing solutions to minimize the risks of reduction of image attractiveness of educational institution]. *Ekonomicheskie nauki* [Economic Science], 2008, no. 40, pp. 405–407.

8. Ob utverzhdenii Pravil razmeshcheniya v seti Internet i obnovleniya informatsii ob obrazovatel'nom uchrezhdenii. Postanovlenie Pravitel'stva RF [On the approval of the rules for posting in Internet and updating the information on the educational institution. The Resolution of the Government of the Russian Federation], 18 April 2012, no. 343. *Rossiyskaya Gazeta* [Russian newspaper], 25 April, 2012, federal issue no. 5764.

9. Ponomarenko V. S. Monitoring formirovaniya imidzha universiteta [Monitoring of forming university image]. *Ekonomika razvitiya* [Development Economy], 2010, no. 4 (56), pp. 5–8.

10. The approximate list of criteria for the all-Russian estimation system of universities activity efficiency. Approved by the deputy minister of science and education of the Russian Federation A.A. Klimov on June 19th 2012]. Available at <http://www.umoman.ru/content/File/documents/chrlist190612.pdf> (accessed 23 December 2012). (In Russ.)

11. Savenkova Yu. S., Sovetkina A. A. Upravlenie konkurentosposobnostyu vuza v sovremennykh sotsialno-ekonomicheskikh usloviyakh [Management of competitiveness of the university in the contemporary socio-economic conditions]. *Voprosy obrazovaniya* [Journal of Education], 2009, no. 4, pp. 182–198.

12. Sidunova G. I., Shnro M.S. Metody formirovaniya imidzha vysshego uchebnogo zavedeniya na regionalnykh rynkakh [Methods of formation of higher educational institution at regional markets]. *Biznes. Obrazovanie. Pravo. Vestnik Volgogradskogo instituta biznesa* [Business. Education. Right. Bulletin of Volgograd Institute of Business], 2009, no. 10, pp. 98–104.

13. Frolova O. V. Imidzh kak uslovie konkurentosposobnosti vuza [Image as a condition of university competitiveness]. *Vysshee obrazovanie v Rossii* [Higher Education in Russia], 2012, no. 6, pp. 121–126. Alves Helena, Raposo Mário. The influence of university image on student behaviour. *International Journal of Educational Management*, 2010, vol. 24, no. 1, pp.73–85.

15. Hemsley-Brown Jane, Oplatka Izhar. Universities in a competitive global marketplace: A systematic review of the literature on higher education marketing. *International Journal of Public Sector Management*, 2006, vol. 19, no. 4, pp. 316–338.

16. Nha Nguyen, Gaston LeBlanc. Image and reputation of higher education institutions in students' retention decisions. *International Journal of Educational Management*, 2001, vol. 15, no. 6, pp. 303–311.

17. Jonathan Ivy. Higher education institution image: a correspondence analysis approach. *International Journal of Educational Management*, 2001, vol. 15, no. 6, pp. 276–282.

18. Parameswaran Ravi, Glowacka Aleksandra E. University Image: An Information Processing Perspective. *Journal of Marketing for Higher Education*, 1995, vol. 6, no. 2, pp. 41–56.

УДК [378.147.315.7:004.85]:519.857.3

УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ ОБУЧЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАРКОВСКОЙ МОДЕЛИ

Статья поступила в редакцию 12.10.2013, в окончательном варианте 02.12.2013.

Сербин Владимир Иванович, старший преподаватель, Астраханский государственный университет, 414056, Российская Федерация, г. Астрахань, ул. Татищева, 20а, e-mail: VISerbin@mail.ru

Эффективность управления процессом обучения зависит от адекватности (объективности) оценок: знаний, умений и навыков обучаемых; латентных параметров обучения (уровень подготовки обучаемого, трудность заданий тренинга и тестирования). В статье обосновано, что существующие методы обработки результатов тестирований на основе модели Раша не позволяют определить латентные параметры обучения, а лишь соотношения между ними. В связи с этим предложено исполь-

зывать марковскую модель обучения, включающую два состояния: «собственно обучения и тренинга»; «контроля знаний с использованием тестовых заданий» (ТЗ). Автором показано, что применение в рамках этой модели учета времени, затрачиваемого на решение ТЗ, позволяет получить дополнительную информацию о навыках обучаемых, оценить значения латентных параметров и на основе этого лучше управлять процессом обучения. В статье подробно представлен математический аппарат, используемый в рамках предлагаемой модели, в том числе основанный на реализации формализованных методов теории информации.

Ключевые слова: обучающая система, латентный параметр, тренинг, тестирование, математическая модель, марковская модель, дифференциальная энтропия, модель Раша

MANAGING THE PROCESS OF LEARNING THROUGH A MARKOV MODEL

Serbin Vladimir Ivanovich, Senior Lecturer, Astrakhan State University, 20a Tatishchev St., Astrakhan, 414056, Russian Federation, e-mail: VISerbin@mail.ru

Effectiveness of learning management depends on the adequacy (objectivity) ratings: knowledge, skills and abilities of the students; latent learning parameters (level of a learner, the difficulty of the training and testing tasks). The article is justified that the existing methods of test results based on the Rasch model can not determine latent training parameters, but only the relations between them. In this regard, the author suggests the use of a Markov model of training, which includes two states: “proper education and training”, “control of knowledge with test items”. The author shows that the application of this model in the framework of accounting of time spent studying on a solution of the test task, provides additional information about the skills of trainees, to estimate the values of parameters and latent, based on this, to better manage the learning process. The paper presents in detail the mathematical apparatus used in the proposed model, including formal methods of information theory.

Keywords: training system, latent parameter, training, testing, mathematical model, Markov model, differential entropy, Rasch model

Введение. Целью использования любой обучающей системы (ОС) является повышение уровня знаний, умений и навыков обучаемого. Одной из важных проблем управления в современных ОС является контроль и оценка полученных знаний, умений и навыков. В [1, 2, 9] приводится довольно подробный обзор этих методов. Их анализ показывает, что контроль обучения осуществляется посредством тестирования, а его результаты оцениваются в дихотомических, в лучшем случае – в порядковых шкалах. При этом затраченное на тестирование время или совсем не учитывается, или используется только как пороговое значение – для прекращения процесса тестирования. Примером таких систем являются тренажерные мультимедийные комплексы системы КАДИС [8]. Модель Раша, применяемая для обработки результатов тестирования и получения оценок для обучаемых, позволяет найти только отношение между независимыми латентными (скрытыми) параметрами обучения – сложностью заданий и уровнем подготовки обучаемых. Однако сами эти значения остаются неизвестными. Поэтому основная цель данной работы – разработка метода определения латентных параметров обучения. Для достижения этой цели проведено исследование связи между моделью обучения из двух состояний и моделью Раша, а также описан алгоритм управления процессом обучения на основе получаемых результатов тестирований с учетом затраченного времени. **Модель обучающей системы, включающей два состояния.** Этими состояниями являются: активное обучение (передача знаний и тренинг) и контроль знаний [5]. Такая модель может рассматриваться как марковский процесс типа «гибель – размножение» с двумя состояниями и непрерывным временем. Пусть случайная величина T – время обучения; $P_0(t)$ – вероят-

ность успешного завершения процесса обучения не позже, чем за время t ; $P_1(t) = 1 - P_0(t)$ – вероятность успешного завершения процесса обучения не раньше, чем за время t , или оценка за обучение. Поведение такой модели обучения описывается системой уравнений Колмогорова [5]

$$\begin{cases} \frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) \\ \frac{dP_1(t)}{dt} = \lambda P_0(t) - \mu P_1(t) \end{cases}, \quad (1)$$

где λ – интенсивность состояния активного обучения; μ – интенсивность состояния решения задачи и контроля знаний.

Решив систему (1), получим

$$\begin{cases} P_0(t) = P_0(\infty) - P_0(\infty)e^{-(\lambda+\mu)t} = P_0(\infty)(1 - e^{-(\lambda+\mu)t}) \\ P_1(t) = P_1(\infty) + P_0(\infty)e^{-(\lambda+\mu)t} = 1 - P_0(t) \end{cases}, \quad (2)$$

где

$$P_0(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} P_0(t) = \mu / (\lambda + \mu), \quad P_1(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} P_1(t) = \lambda / (\lambda + \mu) - \quad (3)$$

предельные значения параметров процесса.

Представим обучение как процесс обработки информации или как последовательность элементарных операций преобразования данных (ОПД) [6]. Тогда интенсивность λ – это количество ОПД, выполненных в единицу времени в состоянии активного обучения. Величину, обратную интенсивности $\sigma = 1/\lambda$ – время выполнения одной ОПД, примем за уровень подготовки обучаемого. Интенсивность μ – это количество ОПД, выполненных в единицу времени в состоянии (режиме) контроля знаний, или скорость обработки информации. Величина, обратная интенсивности ($\tau = 1/\mu$), – среднее время выполнения одной ОПД. Мы будем трактовать эту величину как трудность задачи [5].

В (2) вероятность успешного завершения процесса обучения равна

$$P_0(t) = P_0(\infty)F_{\lambda\mu}(t), \quad (4)$$

т.е. произведению вероятности $P_0(\infty)$ завершения процесса обучения «вообще» (3) на вероятность

$$F_{\lambda\mu}(t) = (1 - e^{-(\lambda+\mu)t}) \quad (5)$$

завершить процесс обучения не позже, чем за время t .

Вероятность завершить процесс обучения не раньше, чем за время t , равна

$$p_{\lambda\mu}(t) = 1 - F_{\lambda\mu}(t) = e^{-(\lambda+\mu)t} = e^{-\lambda t} e^{-\mu t} = p_\lambda(t)p_\mu(t), \quad (6)$$

где

$$p_\lambda(t) = e^{-\lambda t} - \quad (7)$$

это вероятность завершить процесс активного обучения за время, не меньшее чем t , а

$$p_\mu(t) = e^{-\mu t} - \quad (8)$$

вероятность завершить процесс контроля знаний за время, не меньшее чем t .

Из (6) следует независимость процессов активного обучения и контроля знаний. Согласно аксиоме локальной независимости Лазарсфельда [4] будем считать величины λ и μ также независимыми. Функция распределения времени активного обучения равна

$$F_\lambda(t) = 1 - p_\lambda(t) = 1 - e^{-\lambda t}, \quad (9)$$

а плотность распределения –

$$f_{\lambda}(t) = \lambda e^{-\lambda t}. \quad (10)$$

Тогда дифференциальная энтропия, или среднее количество информации для активного обучения, равна

$$H(T) = \ln(e/\lambda) = \ln e\sigma = \beta, \quad (11)$$

а

$$\sigma = (1/e)e^{\beta}. \quad (12)$$

Соответственно, функция распределения времени контроля знаний равна

$$F_{\mu}(t) = 1 - p_{\mu}(t) = 1 - e^{-\mu t}, \quad (13)$$

а плотность распределения –

$$f_{\mu}(t) = \mu e^{-\mu t}. \quad (14)$$

Тогда дифференциальная энтропия, или среднее количество информации для контроля знаний, равна

$$H(T) = \ln(e/\mu) = \ln e\tau = \alpha, \quad (15)$$

а

$$\tau = (1/e)e^{\alpha}. \quad (16)$$

Если в качестве единицы времени выбраны минуты, то σ и τ измеряется в *мин*; λ и μ – в *опд/мин*, где *опд* – это одна ОПД; а α и β – в логитах. Величины τ и σ (а также соответствующие им α и β) являются непрерывными латентными переменными [3] и для их нахождения необходимо использовать методы статистической оценки.

В итоге предельное значение вероятности успешного решения заданий может быть представлено формулой

$$P_0(\infty) = \mu/(\lambda + \mu) = 1/(1 + \lambda/\mu) = 1/(1 + \tau/\sigma) = 1/(1 + e^{\alpha}/e^{\beta}) = 1/(1 + e^{\alpha-\beta}). \quad (17)$$

Связь с моделью Раша. В однопараметрической модели обучения Раша [13] уравнение, определяющее вероятность того, что обучаемый с уровнем подготовки s выполнит задание трудности d , так называемая функция успеха,

$$P(d, s) = 1/(1 + d/s) \quad (18)$$

или

$$P(\delta, \theta) = 1/(1 + e^{\delta-\theta}), \quad (19)$$

где $d = e^{\delta}$ (или $\delta = \ln d$), $s = e^{\theta}$ (или $\theta = \ln s$).

С точностью до обозначений (18) совпадает с формулой для $P_0(\infty)$, т.е. с формулой (3), а формула (19) – с формулой (17). Таким образом, модель ОС из двух состояний может рассматриваться как развитие модели Раша, а функцию успеха Раша целесообразно считать равной предельному значению вероятности успешного решения заданий $P_0(t)$.

Сравнительный анализ моделей. Пусть обучение проводится в три этапа, и ОС может находиться в одном из трёх состояний: передачи знаний, выработки умений с помощью тренинга; проверки навыков с помощью тестирования. Умения предполагают, что обучаемый просто умеет решать задачу, а навыки – что задача должна быть решена как можно быстрее. При этом может задаваться максимально допустимое или желательное время решения ТЗ – по их совокупности и/или для каждого ТЗ по отдельности.

Для проверки знаний используется набор контрольных вопросов (т.е. ТЗ) по изучаемой теме. Выработка и проверка умений выполняется в процессе тренинга под руководством преподавателя с обязательным решением всех тренировочных задач. Проверка навыков в процес-

се тестирования предполагает самостоятельное решение обучаемым набора ТЗ. Они должны быть расположены в порядке возрастания трудности и, кроме того, быть адекватными уровням подготовки обучаемых. В случае тренинга сложность задач должна быть не ниже уровня подготовки обучаемых, так как в результате этот уровень должен повышаться. Сложность ТЗ может быть не выше уровня подготовки обучаемых, так как в эти задания входят задачи, которые обучаемый уже должен уметь решать, а при проверке навыков важен фактор скорости решения задач. Выбор соотношений между уровнем сложности заданий и уровнем подготовки обучаемых на этапах тренинга и тестирования является самостоятельной задачей. Эти соотношения можно подобрать, например, одним из итерационных методов.

Примем, что в процессе обучения принимает участие n обучаемых. После проведения каждого этапа обучения необходимо проверить результат с помощью контрольных ТЗ. Пусть эти задания состоят из m вопросов или задач. По результатам испытаний составим две таблицы, состоящие из n строк и m столбцов: таблицу A и таблицу T . Таблица A содержит результаты по дихотомическому принципу: $a_{ij} = 1$, если i -й обучаемый правильно выполнил j -е задание и $a_{ij} = 0$, в противном случае. Таблица T содержит набор t_{ij} , т.е. времен, потраченных i -ым обучаемым на выполнение j -го задания.

Рассмотрим особенности обработки полученных результатов в модели Раша и в модели обучающей системы из двух состояний.

Модель Раша для определения латентных параметров является одним из разделов теории латентного анализа Лазарсфельда [12], целью которого была обработка результатов социологических опросов. По результатам таких опросов составлялись таблицы, построенные по дихотомическому принципу. Поэтому в модели Раша используется только таблица A , которая называется матрицей ответов. Перед обработкой из неё удаляются строки и столбцы, содержащие все нули и все единицы. После этого производится обработки таблицы – при этом используется логистическая однопараметрическая модель Раша в модификации Ю.М. Неймана [10].

Таким образом, модель Раша не подходит для оценки результатов тренинга, в процессе которого обучаемым решаются все задачи, а таблица результатов A состоит из одних единиц.

В случае тестирования, при котором оцениваются навыки, время решения задач становится решающим фактором получения оценки, так как навыки предполагают не только и не столько умение правильно решать задачи (что отражается в таблице A), но и решать их за приемлемое время (что отражается в таблице T). Следовательно, можно ожидать, что таблица A результатов тестирования будет содержать много строк и столбцов, состоящих из одних единиц. Это делает модель Раша менее пригодной для оценки результатов тестирования, чем модель обучающей системы из двух состояний (1).

Управление процессом обучения. На основании полученных результатов предлагается следующая процедура работы ОС. Перед началом обучения с помощью экспертной группы выполняется отбор ТЗ, решение задач и определение их сложности. Выбор экспертов проводится таким образом, чтобы их коэффициент конкордации был близок к 1 [11]. Затем выполняется входное тестирование обучаемых и определение уровней их подготовки. После этого проводится передача знаний, тренинг и тестирование для определения уровня знаний на основе использования ТЗ.

При проведении тренинга примем за аксиому закон Йеркса-Додсона, который утверждает, что «по мере увеличения интенсивности мотивации качество деятельности изменяется по колоколообразной кривой: сначала повышается, а затем постепенно снижается» [11, с. 7]. Поэтому целесообразно решение последовательности задач, упорядоченных по

возрастанию трудности. Вначале решаются задачи, трудность которых совпадает с текущим уровнем подготовки обучаемых, затем оценивается уровень подготовки обучаемых. Если он повысился, то выбирается следующая последовательность задач с более высоким значением трудности и тренинг продолжается. Процесс наращивания трудности прекращается, когда на очередном этапе решение задач не приводит к повышению уровня подготовки обучаемых. При этом предполагается, что достигнут «максимальный» результат тренинга.

После тренинга выполняется тестирование с помощью задач, трудность которых равна текущему уровню подготовки обучаемых. На основе этого определяется итоговый уровень подготовки обучаемых.

Представленные в статье результаты исследований были использованы автором при разработке автоматизированной ОС по курсу математической логики и теории алгоритмов.

Итак, сделаем **выводы**.

1. Использование модели Раша, в которой оценка итогов обучения осуществляется путем обработки ответов на ТЗ, представленных в дихотомических и порядковых шкалах, не позволяет найти значения всех латентных параметров обучения, а лишь соотношение между этими параметрами.

2. Описанная в работе модель обучения, учитывающая затраченное на выполнение ТЗ время, позволяет найти более объективные значения оценок для обучаемых, определить их уровень подготовки и сложности заданий.

3. В конечном счете, это позволяет более эффективно управлять процессом обучения.

Список литературы

1. Данилова С. Д. Адаптивная нечеткая модель оценивания результатов автоматизированного тестирования с разделением заданий по уровням усвоения : дис. ... канд. техн. наук / С. Д. Данилова. – Улан-Удэ : ВСГТУ, 2005. – 122 с.
2. Зайцева Л. В. Модели и методы адаптивного контроля знаний / Л. В. Зайцева, Н. О. Прокофьева // *Educational Technology & Society*. – 2004. – № 7 (4). – С. 265–277.
3. Коченков А. И. Идеи латентно-структурного анализа Лазарсфельда в современной социологии / А. И. Коченков, Ю. Н. Толстова // *Социология: методология, методы, математические модели*. – 2003. – № 16. – С. 127–149.
4. Лазарсфельд П. Латентно-структурный анализ и теория тестов / П. Лазарсфельд // *Математические методы в социальных науках*. – Москва : Прогресс, 1973.
5. Лаптев В. В. Учёт времени решения при оценивании результатов автоматизированного контроля / В. В. Лаптев, В. И. Сербин // *Известия Волгоградского государственного технического университета*. Сер. Актуальные проблемы управления вычислительной техники и информатики в технических системах. – 2010. – № 11.
6. Сербин В. И. Определение параметров информационных процессов в автоматизированной обучающей системе / В. И. Сербин // *Вестник Астраханского государственного технического университета*. Сер. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2012. – Т. 1 (53). – С. 57–61.
7. Сербин В. И. Метод расчёта параметров в автоматизированной обучающей системе / В. И. Сербин // *Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии*. – 2012. – № 2 (18). – С. 66–70.
8. Соловов А. В. Электронное обучение: проблематика, дидактика, технология / А. В. Соловов. – Самара : Новая техника, 2006.
9. Ульянов Д. А. Марковская модель адаптивного тестирования и ее программная реализация в условиях дистанционного обучения : дис. ... канд. техн. наук / Д. А. Ульянов. – Иркутск : ИГТУ, 2005. – 119 с.
10. Нейман Ю. М. Введение в теорию моделирования и параметризацию педагогических тестов / Ю. М. Нейман, В. А. Хлебников. – Москва : Прометей, 2000. – 169 с.
11. Харченко М. А. Корреляционный анализ : учеб. пос. / М. А. Харченко. – Воронеж : Издательство Воронежского государственного университета, 2008.
12. Хлебников В. А. Теоретические основы объективного измерения учебных достижений учащихся / В. А. Хлебников. – Москва : ФГБУ «Федеральный центр тестирования», 2005. – 127 с.

13. Rasch G. Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests / G. Rasch. – Copenhagen : Danish Institute for Educational Research, 1960.

References

1. Danilova S. D. *Adaptivnaya nechetkaya model otsenivaniya rezultatov avtomatizirovannogo testirovaniya s razdeleniem zadaniy po urovnyam usvoeniya* [Adaptive fuzzy model of estimation of results of automated testing with job separation in levels of assimilation]. Ulan-Ude, 2005. 122 p.
2. Zaytseva L. V., Prokofeva N. O. Modeli i metody adaptivnogo kontrolya znaniy [Models and methods for adaptive control of knowledge]. *Educational Technology & Society*, 2004, no. 7 (4), pp. 265–277.
3. Kochenkov A. I., Tolstova Yu. N. Idei latentno-strukturnogo analiza Lazarsfelda v sovremennoy sotsiologii [Ideas of latent and structural Lazarsfeld analysis in modern sociology]. *Sotsiologiya: metodologiya, metody, matematicheskie modeli* [Sociology: Methodology, Methods, Mathematical Models], 2003, no. 16, pp. 127–149.
4. Lazarsfeld P. Latentno-strukturnyy analiz i teoriya testov [Latent and structural analysis and test theory]. *Matematicheskie metody v sotsialnykh naukakh* [Mathematical methods in social sciences]. Moscow, Progress, 1973.
5. Laptsev V. V., Serbin V. I. Uchet vremeni resheniya pri otsenivanii rezultatov avtomatizirovannogo kontrolya [Solution time account when evaluating the results of the automated control]. *Izvestiya Volgogradskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya. Aktualnye problemy upravleniya vychislitelnoy tekhniki i informatiki v tekhnicheskikh sistemakh* [News of Volgograd State Technical University. Series. Actual problems of management of computers and informatics in technical systems], 2012, no. 62 (6), pp. 10–13.
6. Serbin V. I. Opredelenie parametrov informatsionnykh protsessov v avtomatizirovannoy obuchayushchey sisteme [Defining the parameters of information processes in automated instruction system]. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya. Upravlenie, vychislitelnaya tekhnika i informatika* [Bulletin of Astrakhan State Technical University. Series. Management, computer science and informatics], 2012, vol. 1 (53), pp. 57–61.
7. Serbin V. I. Metod rascheta parametrov v avtomatizirovannoy obuchayushchey sisteme [Method of calculating the parameters in computer-aided instruction system]. *Prikaspiyskiy zhurnal: upravlenie i vysokie tekhnologii* [Caspian Journal: Management and High Technologies], 2012, no. 2 (18), pp. 66–70.
8. Solovov A. V. *Elektronnoe obuchenie: problematika, didaktika, tekhnologiya* [E-learning: issues, didactics, technology]. Samara, Novaya tekhnika, 2006.
9. Ulyanov D. A. *Markovskaya model adaptivnogo testirovaniya i ee programmaya realizatsiya v usloviyakh distantsionnogo obucheniya* [Markov model of adaptive testing and its software implementation in terms of distance learning]. Irkutsk, Irkutsk State Technical University, 2005. 119 p.
10. Neyman Yu. M., Khlebnikov V. A. *Vvedenie v teoriyu modelirovaniya i parametrizatsiyu pedagogicheskikh testov* [Introduction to modeling theory and parameterization of pedagogical tests]. Moscow, Prometey, 2000. 169 p.
11. Kharchenko M. A. *Korrelatsionnyy analiz* [Correlation analysis]. Voronezh, Voronezh State University Publ., 2008.
12. Khlebnikov V. A. *Teoreticheskie osnovy obektivnogo izmereniya uchebnykh dostizheniy uchashchikhsya* [Theoretical bases of objective evaluation of students' achievements]. Moskva, Federal State Budget Institution "Federal Testing Center" Publ., 2005. 127 p.
13. Rasch G. *Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests*. Copenhagen, Danish Institute for Educational Research, 1960.