

---

---

## **СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

---

---

УДК 539.193/.194;535/.33/34

### **МОДЕЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ АНГАРМОНИЧЕСКОГО СМЕЩЕНИЯ ПОЛОС В КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СПЕКТРАХ ДИМЕРОВ КАРБОНОВЫХ КИСЛОТ**

**Е.А. Эрман, М.Д. Элькин, Е.А. Джалимхамбетова**

*Предложена методика оценки ангармонического смещения полос в колебательных спектрах димеров карбоновых кислот, использующая результаты неэмпирических квантовых расчетов кубических и квартичных силовых постоянных.*

**Ключевые слова:** ангармонизм колебаний, карбоновые кислоты, адабатический потенциал.

**Key words:** anharmonic vibrational spectra, carbonic acid, adiabatic potential.

Для оценки ангармонического смещения фундаментальных полос в колебательных спектрах многоатомных молекул используют следующие методы: введение спектроскопических масс атомов и длин валентных связей [4], масштабирование силового поля и частот колебаний [3], применение теории возмущения второго порядка [13].

Первый метод применяется при решении задачи о молекулярных колебаниях в рамках классической механики. В диссертации [1] дан анализ достоинств и недостатков такого подхода.

Второй метод использует результаты расчета гармонических силовых постоянных и частот нормальных колебаний методами квантовой механики молекул. Коэффициенты масштабирующих соотношений определяются на основании статистической обработки результатов модельных расчетов и их сопоставления с экспериментом.

Третий метод связан с модельными расчетами гармонических и ангармонических параметров адабатического потенциала (кубических и квартичных силовых постоянных) в рамках неэмпирических квантовых методов расчета электронной структуры молекулярных соединений. Основной проблемой такого подхода является выбор метода расчета и атомного базиса. Доминирующим на сегодняшний день является метод функционала плотности DFT/B3LYP [9].

Ангармоническое приближение позволяет добиться лучшего согласия с экспериментом, что имеет место при отсутствии резонансов Ферми и Дарлинга-Деннисона [13]. В противном случае проявляется зависимость результатов модельных расчетов колебательных состояний от метода и базиса. Это приводит к различной интерпретации результатов численного эксперимента. В качестве примера, сошлемся на публикации [8, 14], связанные с интерпретацией колебательных спектров простейших представителей класса карбоновых кислот – димеров муравьиной и уксусной кислот в диапазоне 2700–3200  $\text{cm}^{-1}$ .

Цель данной публикации – изложение методики оценки ангармонического смещения колебательных полос, использующей результаты модельных расчетов кубических и квартичных силовых постоянных, и результатов ее апробирования на димерах ряда карбоновых кислот.

**Ангармоническая модель молекулярных колебаний.** Ограничимся следующим модельным уравнением

$$2H^{(v)} = \nu_s \left( P_s^2 + (Q^s)^2 \right) + \frac{1}{3} F_{srt} Q^s Q^r Q^t + \frac{1}{12} F_{srtu} Q^s Q^r Q^t Q^u. \quad (1)$$

---

---

**ПРИКАСПИЙСКИЙ ЖУРНАЛ:**  
**управление и высокие технологии № 4 (12) 2010**

---

---

Решение уравнения (1) методами теории возмущения приводит к выражению для энергий колебательных состояний [13]:

$$E^V = \nu_s \left( V_s + \frac{1}{2} \right) + \chi_{sr} \left( V_s + \frac{1}{2} \right) \left( V_r + \frac{1}{2} \right). \quad (2)$$

Здесь  $\nu_s$  – частоты гармонических колебаний, в см<sup>-1</sup>;  $Q^s$  – безразмерные нормальные колебательные координаты, линейно связанные с декартовыми смещениями атомов;  $F_{srt}$  и  $F_{srtu}$  – кубические и квартичные силовые постоянные,  $V_s$  – квантовые числа рассматриваемого колебательного состояния.

Сдвиг фундаментальных полос колебаний определяется ангармоническими поправками  $X_{ss} = 2\chi_{ss}$  и  $X_s = \frac{1}{2}\chi_{sr}$ .

В рамках обычной схемы теории возмущения, в базисе волновых функций гармонической части уравнения (1) для ангармонических постоянных  $\chi_{sr}$  в выражении (2) будем иметь

$$\chi_{ss} = \frac{1}{16} F_{ssss} - \frac{5}{48} (F_{sss})^2 \frac{1}{\nu_s} + \frac{1}{32} (F_{ssr})^2 \left( \frac{1}{2\nu_s - \nu_r} - \frac{1}{2\nu_s + \nu_r} - \frac{4}{\nu_r} \right) (1 - \delta_{sr}), \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \chi_{sr} = & \frac{1}{16} F_{ssrr} - \frac{1}{8} (F_{ssr})^2 \left( \frac{1}{2\nu_s - \nu_r} + \frac{1}{2\nu_s + \nu_r} \right) (1 - \delta_{sr}) + \\ & + \frac{3}{8} (F_{srt})^2 \left( \frac{1}{\nu_t + \nu_r + \nu_s} + \frac{1}{\nu_t - \nu_r - \nu_s} + \frac{1}{\nu_t - \nu_r + \nu_s} + \frac{1}{\nu_t + \nu_r - \nu_s} \right) \times \\ & \times (1 - \delta_{sr})(1 - \delta_{st})(1 - \delta_{rt}). \end{aligned} \quad (4)$$

Резонансное взаимодействие между фундаментальными состояниями  $\nu_s$  и  $\nu_r$  снимает квартичная силовая постоянная  $F_{ssrr}$

$$2E = (\nu_s + \nu_r) \pm \left[ \left( \frac{1}{8} F_{ssrr} \right)^2 + (\nu_s - \nu_r)^2 \right]^{1/2}. \quad (5)$$

Резонансное взаимодействие между фундаментальным состоянием  $\nu_s$  и обертонаом ( $\nu_r + \nu_t$ ) снимает кубическая силовая постоянная  $F_{srt}$ .

$$2E = (\nu_s + \nu_r + \nu_t) \pm \left[ \frac{1}{8} (F_{ssrr})^2 (2 - \delta_{rt}) + (\nu_s - \nu_r - \nu_t)^2 \right]^{1/2}. \quad (6)$$

Для сопоставления результатов модельных расчетов в различных базисах следует установить связь между различными наборами нормальных координат. Если система естественных колебательных координат не привязана к базису расчета, а оптимизация геометрии от базиса практически не зависит, то для оценки матрицы поворота нормальных координат можно ограничиться соотношением

$$Q^{s'} = \nu_{s'a}^{1/2} B_{s'a} B_{as} \nu_s^{-1/2} Q^s \quad (7)$$

Здесь  $B_{s'a}$  è  $B_{as}$  – метрические соотношения, связывающие естественные и нормальные координаты.

Применим предлагаемую методику для оценки ангармонического смещения частот фундаментальных колебаний карбоксильного фрагмента X – COOH в простейших карбоноевых кислотах – муравьиной (X = H), уксусной (X = CH<sub>3</sub>), транс- и цис-изомерах акриловой (X = CH = CH<sub>2</sub>), пропиониковой (X = C ≡ CH) и их циклических димерах (симметрия C<sub>2h</sub>).



**ПРИКАСПИЙСКИЙ ЖУРНАЛ:  
управление и высокие технологии № 4 (12) 2010**

Как следует из табл. 1, модельные расчеты фундаментальных колебаний карбоксильного фрагмента в рамках метода DFT/B3LYP/6-311+G(d,p) хорошо согласуются с экспериментальными данными при использовании ангармонического приближения.

Отсутствие резонансного взаимодействия частоты колебания связи OH с обертонами карбоксильного фрагмента позволяет применить процедуру масштабирования [3] для качественной оценки ангармонического смещения соответствующей полосы.

Для указанной полосы ангармоническое смещение  $\sim 200 \text{ см}^{-1}$  (табл. 1) согласно квантовым расчетам определяется поправками  $X_{ss} = 2\chi_{ss}$  и  $X_s = (1/2)\chi_{sr}$ . К примеру, для муравьиной кислоты  $X_{11} \sim -182 \text{ см}^{-1}$ ,  $X_1 \sim -21 \text{ см}^{-1}$ . Основной вклад в диагональную ангармоническую постоянную  $\chi_{ss}$  вносят первое (положительный сдвиг) и второе (отрицательный сдвиг) слагаемые в выражении (5), что связано со значением кубической и квартичной силовыми постоянными  $F_{111}$  и  $F_{1111}$ , вычисленные значения которых для рассматриваемых представителей класса карбоновых кислот сопоставлены в табл. 3. Влиянием базиса здесь можно пренебречь.

Таблица 3  
**Вычисленные значения кубических ( $F_{sr}$ ) и квартичных ( $F_{srsv}$ ) силовых постоянных карбоксильного фрагмента в димерах карбоновых кислот**

Индексы				HCOOH		CH <sub>3</sub> COOH		C <sub>2</sub> H <sub>3</sub> COOH_T		C <sub>2</sub> H <sub>3</sub> COOH_C		C <sub>2</sub> HCOOH	
s	r	t	v	G*	+G**	G*	+G**	G*	+G**	G*	+G**	G*	+G**
1	1	1		2084	2051	-2070	-1968	2089	2110	1753	2105	2109	2088
2	2	1		-579	-595	770	753	-758	-766	-702	-745	-787	-791
3	3	1		-764	-765	831	802	-821	-841	-764	-806	-857	-860
4	3	2		-648	-660	793	787	-778	-786	-779	-759	-809	-814
4	4	1		1957	1918	-1994	-1934	1994	1950	1867	1958	2006	1977
1	1	1	1	834	826	805	769	810	850	661	905	822	830
2	2	1	1	-447	-443	-584	-547	-573	-570	-490	-549	-600	-585
3	3	1	1	-580	-562	-632	-584	-625	-627	-533	-593	-654	-638
4	4	1	1	825	816	820	806	821	834	759	886	824	830
4	4	2	2	-430	-427	-577	-557	-562	-543	-556	-526	-584	-570
4	4	3	3	-560	-542	-625	-596	-614	-599	-608	-570	-638	-622
4	4	4	4	796	784	810	818	805	792	863	846	803	806

Достоверность модельных предсказательных расчетов подтверждается интерпретацией колебательных спектров димеризованных рядов карбоновых кислот, представленной в упомянутых выше работах [5–6]. В качестве примера оценим ангармоническое смещение полосы, интерпретируемой как валентное колебание связи OD в мономере DCOOD. Полагая, что параметры адиабатического потенциала при димерировании не меняются, получим следующие оценки. Для частоты валентного колебания связи OD в гармоническом приближении будем иметь  $v_r = 2725 \text{ см}^{-1}$ . Из соотношения (7) следует, что  $Q_{OH}/Q_{OD} \sim 0,853$ . Для силовых постоянных имеем  $F_{111} \sim 1590 \text{ см}^{-1}$ ,  $F_{1111} \sim 790 \text{ см}^{-1}$ . Ангармоническое смещение согласно соотношению (5) достигает величины  $\sim -96 \text{ см}^{-1}$ . Экспериментальное значение рассматриваемого фундаментального колебания  $2632 \text{ см}^{-1}$  [4]. Проведенная оценка напрямую связана с характеристичностью по форме валентного колебания связи OH (OD) в мономерах карбоновых кислот.

Модельные расчеты указывают на низкую интенсивность полос карбоксильного фрагмента в КР-спектрах, за исключением полос, интерпретированных как валентные колебания связей OH и C = O. По этой причине в табл. 1 они не приведены. Их численная оценка для 12-ти различных атомных базисов (от 6-31 G(d) до 6-311+G(d,p)) представлена в работах [5–6].

---

## СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

---

Образование димеров карбоновых кислот, в первую очередь, сказывается на частотах валентного и неплоского деформационного колебаний связи OH. Для исследуемых представителей данного класса соединений интерпретация указанных колебаний, базирующаяся на результатах модельных квантовых расчетов циклических димеров, представлена в табл. 2. В табл. 3 приведены ангармонические параметры адиабатического потенциала, определяющие смещение полос. Отметим, что выбор базиса для них принципиального значения не имеет.

Таблица 4  
**Влияние базиса на расчетные значения частот валентных колебаний  
связи OH димеров карбоновых кислот**

Тип сим.	Молекула	$v_{\text{эксп}} [6, 8, 16]$	6-311 G(d)				6-311+ G(d,p)			
			$v_T$	$v_M$	$v_{\text{ангр}}$	Инт.	$v_T$	$v_M$	$v_{\text{ангр}}$	Инт.
Ag	HCOOH	2802	3101	2963	2849	563	3165	3022	2834	221
Bu		3000	3218	3072	2942	1899	3261	3111	2967	2156
Ag	CH <sub>3</sub> COOH	2769	3207	3061	2851	437	3139	2998	2764	420
Bu		2965	3291	3139	2975	2468	3235	3087	2910	3052
Ag	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> COOH_T	2770	3185	3041	2862	623	3114	2974	2716	493
Bu		2884	3273	3122	2943	3244	3212	3066	2862	3934
Ag	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> COOH_C	2770	3198	3053	2862	628	3106	2967	2716	570
Bu		2884	3281	3130	2980	3131	3204	3059	2874	3864
Ag	C <sub>2</sub> HCOOH	2780	3209	3063	2974	738	3151	3010	2779	672
Bu		2960	3293	3141	2968	3250	3245	3096	2925	3987

Расчетные данные подтверждают механизм межмолекулярного взаимодействия – образование водородной связи ( $\sim 1,7 \text{ \AA}$ ) между атомом водорода и кислорода мономеров.

Для решения вопроса о применимости процедуры масштабирования к димерам с параметрами масштабирующего соотношения, принятыми для мономеров, обратимся к данным по ангармоническим силовым постоянным, представленным в табл. 3, и формулам (5) и (6).

Основной вклад в ангармоническое смещение полос, интерпретированных как валентные колебания связей OH, вносят первое и второе слагаемое соотношения (5) для симметричного колебания (AG), первое и третье слагаемое соотношения (5), первое и второе слагаемое соотношения (6) для антисимметричного колебания (BU). Однако положительные сдвиги, определяемые квартичными силовыми постоянными  $F_{1111}$  и  $F_{4444}$ , вдвое меньше, чем в мономерах.

Достоверность предлагаемой в табл. 2 интерпретации валентных колебаний связей OH в циклических димерах подтверждается сопоставлением результатов модельных расчетов для дейтерозамещенных аналогов с экспериментальными данными. В качестве примера, как и в случае мономеров, ограничимся муравьиной кислотой. В гармоническом приближении модельные расчеты дают следующие значения для валентных колебаний связей OD в базисе 6-311+ G(d,p):  $v_1 = 2316 \text{ cm}^{-1}$ ,  $v_4 = 2374 \text{ cm}^{-1}$ . Ангармоническое смещение в этом же базисе оценивается как  $-24 \text{ cm}^{-1}$  и  $-43 \text{ cm}^{-1}$  соответственно. Экспериментальные данные в КР- и ИК-спектрах –  $2300 \text{ cm}^{-1}$  [15] и  $2322 \text{ cm}^{-1}$  [4].

Характер поведения остальных полос карбоксильного фрагмента в мономерах и димерах ряда карбоновых кислот подробно исследован в диссертации [2]. Представляет интерес апробирование методики на более сложных представителях класса карбоновых кислот, например, на бензойной ( $X = C_6H_5$ ) кислоте. Известные нам публикации, связанные с использованием квантовых методов анализа параметров адиабатического потенциала для интерпретации колебательных спектров указанных соединений, ограничены рассмотрением диапазона ниже  $1800 \text{ cm}^{-1}$ . Достаточно сослаться на работу [17].

Сопоставление результатов модельных расчетов колебательных спектров и интерпретация колебаний связи OH бензойной кислоты (базис 6-311+ G\*\*) с соответствующими данными из

---

---

## ПРИКАСПИЙСКИЙ ЖУРНАЛ: управление и высокие технологии № 4 (12) 2010

---

---

табл. 1 и 2 подтверждает предложенную в работах [8, 14] интерпретацию спектра димеров муравьиной и уксусной кислот в области выше  $2000 \text{ cm}^{-1}$ . Есть основание утверждать, что параметры адиабатического потенциала, определяющие положение и интенсивность в спектре полос, интерпретированных как колебания связи OH карбоксильной группы, получаемые в рамках метода функционала плотности, следует считать достоверными. Для примера приведем вычисленные значения диагональных кубических и квартичных силовых постоянных этой связи для димера бензойной кислоты:  $F_{111} = 2125 \text{ cm}^{-1}$ ,  $F_{1111} = 924 \text{ cm}^{-1}$ ,  $F_{4444} = 428 \text{ cm}^{-1}$ .

Выходы относительно характера поведения ангармонических параметров адиабатического потенциала карбоксильной группы в зависимости от фрагмента X в молекулах класса X – COOH можно будет сделать на основании проведения модельных расчетов изомеров карбоновых кислот, к примеру, пиридинкарбоксильных кислот.

Сопоставление экспериментальных данных по колебательным спектрам ряда карбоновых кислот с предложенной теоретической оценкой ангармонического сдвига полос дает основание считать достоверными результаты расчета параметров адиабатического потенциала для исследуемого класса соединений в рамках метода функционала плотности DFT/B3LYP.

### Библиографический список

1. *Березин, В. И.* Прямые и обратные задачи спектроскопии циклических и комплексных соединений [Текст] : дис. ... д-ра физ.-мат. наук / В. И. Березин. – Саратов, 1983.
2. *Гречухина, О. Н.* Моделирование молекулярной динамики в димерах карбоновых кислот [Текст] : дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Астрахань, 2009.
3. *Краснощеков, С. В.* Масштабирующие множители как эффективные параметры для коррекции неэмпирического силового поля [Текст] / С. В. Краснощеков, Н. Ф. Степанов // Журнал физической химии. – 2007. – Т. 81, № 4. – С. 680–689.
4. *Свердлов, М. А.* Колебательные спектры многоатомных молекул [Текст] / Л. М. Свердлов, М. А. Ковнер, Е. П. Крайнов. – М. : Наука, 1970. – 560 с.
5. *Элькин, Л. М.* Моделирование межмолекулярного взаимодействия в димерах карбоновых кислот [Текст] / Л. М. Элькин, А. М. Лихтер, О. Н. Гречухина // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. – 2009. – № 1 (5). – С. 52–58.
6. *Элькин, М. Д.* Моделирование адиабатических потенциалов карбоновых кислот [Текст] / М. Д. Элькин, Т. А. Шальнова, О. В. Колесникова // Вестник СГТУ. – 2009. – № 1 (37), вып. 1. – С. 76–81.
7. *Anharmonic midinfrared vibrational spectra of benzoic acid monomer and dimer* [Text] / J. Anthony, G. Helden, G. Meijer, B. Schmidt // J. Chem. Physics. – 2005. – Vol. 123. – P. 1–11.
8. *Durlak, P.* Molecular dynamics and Density Functional Theory simulation of infrared spectra for acetic acid monomers and cyclic dimmers [Text] / P. Durlak, Z. Latajka, P. Cal-Parinello // Chemical Physics Letters. – 2009. – Vol. 477. – P. 249–254.
9. *Gaussian 03*. Revision B.03. [Text] / M. J. Frisch [et al.]. – Pittsburgh : Gaussian Inc., 2003.
10. *Infrared* spectrum and rotational isomerism of acrylic acid [Text] / S. Charles, F. C. Cullen, N. L. Owen, G. A. Williams // J. Mol. Struct. – 1987. – Vol. 157. – P. 19–29.
11. *Krause, P. F.* The polarized i.r. spectrum of crystalline acrylic acid [Text] / P. F. Krause, J. E. Katon, K. K. Smith // Spectrocim. Acta. – 1975. – Vol. 32A. – P. 957–962.
12. *Ndip, E. M.* Vibrational analysis and ab initio studies of propionic acid [Text] : dis. ... doct. of philosophy. – Texas, 1987.
13. *Nielsen, H. H.* The vibration-rotation energies of molecules and their spectra in the infrared [Text] // Handbook der Physik. – 1953. – Vol. 37. – P. 173–313.
14. *Raman* spectroscopy of formic acid and its dimers isolated in low temperature argon matrices [Text] / A. Olbert-Majrat, J. Ahokas, J. Lundell, M. Pettersson // Chemical Physics Letters. – 2009. – Vol. 468. – P. 176–183.
15. *The Raman-active* O-H and O-D stretching vibrations and Raman spectra of gaseous formic acid-*d*<sub>1</sub> and OD [Text] / J. E. Bertie, K. H. Michaelian, H. H. Eysel, D. Hager // J. Chem. Phys. – 1986. – Vol. 85. – P. 4779–4789.
16. *Theoretical* interpretation of infrared lineshape of gaseous propionic and acrylic acid dimers [Text] / M. Benmalti, D. Chamma, P. Blaise, O. Heri-Rousseau // J. Mol. Structure. – 2006. – Vol. 785. – P. 27–31.