## СИНТЕЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ГЛОБАЛЬНОГО ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНО-УСТОЙЧИВОГО НАБЛЮДАТЕЛЯ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ДЛЯ ОБРАТНОГО МАЯТНИКА С МАХОВИКОМ<sup>1</sup>

Статья поступила в редакцию 22.12.2018, в окончательном варианте - 26.12.2018.

*Гусев Александр Алексеевич*, Кубанский государственный университет, 350040, Российская Федерация, г. Краснодар, ул. Ставропольская, 149

аспирант, https://elibrary.ru/author\_items.asp?authorid=835966, e-mail: alexandrgsv@gmail.com *Никульчев Евгений Витальевич*, МИРЭА – Российский технологический университет, 119454, Российская Федерация, г. Москва, проспект Вернадского, 78

доктор технических наук, профессор, https://orcid.org/0000-0003-1254-9132, https://elibrary.ru/author items.asp?authorid=396636, e-mail: nikulchev@mail.ru

**Рядчиков Игорь Викторович**, Кубанский государственный университет, 350040, Российская Федерация, г. Краснодар, ул. Ставропольская, 149

кандидат физико-математических наук, руководитель лаборатории, https://elibrary.ru/author items.asp?authorid=734544, e-mail: igorryadchikov@gmail.com

*Соколов Дмитрий Вячеславович*, Университет Лотарингии, 54000, Франция, г. Нанси доцент, e-mail: dmitry.sokolov@univ-lorraine.fr

В практических реализациях робототехнических мехатронных систем устранение и компенсация шума и ошибок датчиков положения требуют разработки эффективных наблюдателей состояний. В статье рассматривается одномерный обратный маятник с маховиком, являющийся основой для стабилизации многих управляемых механических систем. В качестве базовой модели используется современный практически важный класс моделей управляемых механических систем – системы, частично линеаризуемые через замену координат (Partially Linearizable via Coordinate Change). Для данного класса систем ранее был предложен глобально экспоненциально-устойчивый наблюдатель на основе наблюдателя Люенбергера. Произведен синтез наблюдателя угловой скорости такого типа к модели обратного маятника с маховиком. Предложено удобное преобразование координат для частичной линеаризации модели. Идентифицированы параметры наблюдателя для экспериментального стенда. Приведены результаты сравнения точности глобально экспоненциально-устойчивого наблюдателя по сравнению с наблюдателем с высоким коэффициентом усиления, построенном на основе скользящего режима. Исследование моделей наблюдателей выполнено в среде МАТLAB/Simulink для модели обратного маятника с маховиком. Результаты имитационного моделирования показывают эффективность ГЭУ наблюдателя.

**Ключевые слова**: нелинейные системы, наблюдатель состояния, механические системы, наблюдатель с высоким коэффициентом усиления, наблюдатель на основе скользящего режима, обратный маятник

#### Графическая аннотация (Graphical annotation)



<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Работа выполнена в рамках госзадания Министерства образования и науки Российской Федерации (проект № 8.2321.2017/ПЧ «Разработка и адаптация систем управления компенсацией динамических отклоняющих воздействий на мобильные объекты, находящиеся в состоянии динамического равновесия»).

# SYNTHESIS AND STUDY OF MODEL FOR THE GLOBAL EXPONENTIALLY STABLE OBSERVER OF ANGULAR VELOCITY FOR A REACTION WHEEL INVERTED PENDULUM

The article was received by editorial board on 22.12.2018, in the final version – 26.12.2018.

GusevAleksander A., Kuban State University, 149 Stavropolskaya St., Krasnodar, 350040, Russian Federation

post-graduate student, https://elibrary.ru/author\_items.asp?authorid=835966, e-mail: alexandrgsv @gmail.com

Nikulchev Evgeniy V., MIREA – Russian Technological University, 78 Vernadsky Ave., Moscow, 119454, Russian Federation,

Doct. Sci. (Engineering), Professor, https://orcid.org/0000-0003-1254-9132, https://elibrary.ru/author items.asp?authorid=396636, e-mail: nikulchev@mail.ru

Ryadchikov Igor V., Kuban State University, 149 Stavropolskaya St., Krasnodar, 350040, Russin Federation

Cand. Sci. (Physics and Mathematics), Head of the Laboratory of Robotics and Mechatronics, https://elibrary.ru/author items.asp?authorid=734544, e-mail: igorryadchikov@gmail.com

Sokolov Dmitriy V., Université de Lorraine, 54000 Nancy, France

Associate Professor, e-mail: dmitry.sokolov@univ-lorraine.fr

In practical implementations of robotic mechatronic systems, the elimination and compensation of noise and errors of position sensors require the development of effective state observers. The article discusses a one-dimensional inverted pendulum with a reaction wheel, which is the basis for the stabilization of many controlled mechanical systems. As a base model, a modern, practically important class of Partially Linearizable via Coordinate Change (PLvCC) controlled systems is used. For this class of systems, a globally exponentially stable (GES) observer was previously proposed based on Luenberger-like observer. An observer of angular velocity of that kind was synthesized in the article for the model of a reaction wheel inverted pendulum. A convenient coordinate transformation for partial linearization of the model was proposed. The parameters of the observer for the experimental plant were identified. The results of the comparison of the accuracy of the GES observer compared with a high gain observer and a sliding mode observer were given. The study of models of observers was carried out in the MATLAB / Simulink environment for the model of a reaction wheel inverted pendulum. Simulation results showed the effectiveness of the GES observer.

Key words: nonlinear systems, state observer, mechanical systems, high-gain observer, sliding mode observer, inverted pendulum

**Введение.** Невозможность с необходимой точностью измерить вектор состояния динамической системы исключительно с помощью аппаратных датчиков является одной из серьезных проблем синтеза систем управления в робототехнике и мехатронике. Для решения данной проблемы создаются и исследуются наблюдатели состояний, способные как можно более точно определить состояние системы для момента времени *t*.

В данной статье рассматривается задача наблюдения скорости для системы обратного маятника с маховиком. Эта система представляет практический интерес, как одна из сравнительно простых и в то же время адекватных моделей для исследования динамики шагающего робота [1, 2, 4]. Данную систему можно отнести к классу систем, частично линеаризуемых через замену координат (Partially Linearizable via Coordinate Change, PLvCC). Формальное определение класса PLvCC-систем приводится в [13].

Пристальное внимание исследователей к PLvCC механическим системам [8, 11], определяется как простотой теоретического построения синтеза управления, так и большим количеством практических приложений, для которых такая линеаризация приемлема. PLvCC механические системы были охарактеризованы в [13] через разрешимость уравнения в частных производных (PDE), определяемого матрицей инерции. В [13] задача стабилизации систем PLvCC была сформулирована и решена. Наблюдатель, используемый (рассмотренный) в статье, основан на работе [6], причем он в отличие от варианта [6] основан на простом решении, легко реализуемом в механической системе.

В качестве базы исследований использовалась экспериментальная установка, представляющая собой перевернутый маятник с маховиком с закрепленным нижним концом. Маховик приводится в движение бесколлекторным двигателем постоянного тока мощностью 70 Вт (Maxon EC 45), который управляется с помощью контроллера (Maxon EPOS2 50/5) в режиме крутящего момента. Угол маятника измеряется оптическим датчиком.

Динамика рассматриваемой системы описывается уравнениями Гамильтона в форме:

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_n \\ -I_n & 0_{n \times n} \end{bmatrix} \nabla H(q, P) + \begin{bmatrix} 0_{n \times m} \\ G(q) \end{bmatrix} u$$
 (1)

с функцией полной энергии  $H: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ 

$$H(q, P) = \frac{1}{2} P^{\mathrm{T}} M^{-1}(q) P + V(q),$$

где  $q, P \in \mathbb{R}^n$  – обобщенные положения и моменты соответственно,  $u \in \mathbb{R}^m$  – управляющее воздействие,  $n \ge m$ , матрица инерции  $M: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n \times n}$  такая что M(q) > 0,  $V: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$  – функция потенциальной энергии и  $G: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n \times m}$  - полноранговая матрица входов.

Система (1) по определению [13] принадлежит к классу PLvCC, если существует полноранговое отображение  $\Psi: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n \times n}$  такое что (частичная) замена координат вида

$$(q,p) \mapsto (q, \Psi^{\mathrm{T}}(q)P), \tag{2}$$

которое преобразует (1) в

$$\dot{q} = \mathcal{M}(q)p$$
  

$$\dot{p} = -\Psi^{T}(q)[\nabla V(q) - G(q)u],$$
(3)

где для упрощения нотации мы ввели полноранговое отображение  $\mathcal{M}: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n \times n}$  так что

$$\mathcal{M}(q) = M^{-1}(q)\Psi^{-\mathrm{T}}(q).$$

Главным достоинством PLvCC-систем является то, что согласно (3), динамика системы является линейной по воздействующим импульсам. В терминах Лагранжева описания системы это означает, что для PLvCC-систем квадратичные компоненты скорости, возникающие в векторе Кориолисовых и центробежных сил, исчезают, когда динамика описывается в новых координатах.

В статье исследуется применение глобально экспоненциально устойчивого наблюдателя скорости для класса PLvCC-систем, предложенного в [7] к модели обратного маятника с маховиком, являющегося частным случаем PLvCC-систем. Кроме того, проводится сравнительный анализ точности предложенного наблюдателя с наблюдателями других типов.

**Вывод уравнений движения в форме Лагранжа.** Для построения наблюдателей с высоким коэффициентом усиления и наблюдателя на основе скользящего режима нам потребуется описание системы (1) в форме Лагранжа.

На рисунке 1 представлена схема обратного маятника с маховиком.



Рисунок 1 - Схема обратного маятника с маховиком

Введем обозначения:  $m_p$  – масса маятника,  $m_r$  – масса ротора,  $l_p$  – расстояние от шарнира до центра масс маятника,  $l_r$  – расстояние от шарнира до центра масс ротора,  $J_p$  – момент инерции маятника при вращении вокруг центра масс,  $J_r$  – момент инерции ротора,  $\theta$  – угол маятника относительно вертикали,  $\theta_r$  – угол ротора относительно маятника,  $\tau$  – момент, прикладываемый к ротору,  $C_p$  – коэффициент вязкого трения в шарнире маятника,  $C_r$  – коэффициент вязкого трения в шарнире маятника,  $C_r$  – коэффициент вязкого трения ротора. Состояние системы описывается вектором обобщенных координат  $q = (\theta_r, \theta)^T$ .

Кинетическая энергия маятника определяется соотношением:

$$T_p = \frac{1}{2} \left( m_p l_p^2 + J_p \right) \dot{\theta}^2.$$

Кинетическая энергия маховика определяется соотношением:

$$T_r = \frac{1}{2}m_r l_r^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}J_r (\dot{\theta}_r + \dot{\theta})^2.$$

Общая потенциальная энергия системы определяется соотношением:

$$V = (m_p l_p + m_r l_r)g\cos\theta$$

Лагранжиан системы записывается как

$$L = T_p + T_r - V. (4)$$

Введем новые обозначения:  $ml = m_p l_p + m_r l_r$ ,  $J = J_p + m_p l_p^2 + m_r l_r^2$ .

С учетом введенных обозначений лагранжиан (4) будет иметь следующий вид

$$L = \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}J_r(\dot{\theta}_r + \dot{\theta})^2 - mlg\cos\theta$$
(5)

Пользуясь уравнениями Лагранжа второго рода, получим из лагранжиана (5) уравнения движения обратного маятника с маховиком:

$$\begin{cases} J_r \ddot{\theta}_r + J_r \dot{\theta} = -C_r \dot{\theta}_r + \tau; \\ (J + J_r) \ddot{\theta} + J_r \ddot{\theta}_r - mlg \sin\theta = -C_p \dot{\theta}, \end{cases}$$
(6)

где  $\tau = kI, k$  – постоянная момента маховика, I – ток, подаваемый на двигатель маховика.

Выразим вторые производные из уравнения (6):

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_r = \frac{J+J_r}{JJ_r} \left( \tau - C_r \dot{\theta}_r \right) - \frac{mlg}{J} \sin\theta + \frac{C_p}{J} \dot{\theta}; \\ \ddot{\theta} = -\frac{\tau}{J} + \frac{mlg}{J} \sin\theta - \frac{C_p}{J} \dot{\theta} + \frac{C_r}{J} \dot{\theta}_r. \end{cases}$$
(7)

Перепишем (6) в матричной форме:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + \nabla V = G\tau , \qquad (8)$$

где  $M = \begin{pmatrix} J_r & J_r \\ J_r & J_r + J \end{pmatrix}$ ,  $q = (\theta_r, \theta)^T$ ,  $\nabla V = \begin{pmatrix} 0 \\ -mlg \sin q_2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} C_r & 0 \\ 0 & C_p \end{pmatrix}$ ,  $G = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ . Синтез наблюдателей. Рассмотрим систему (6) при  $C_p = C_r = 0$ . В этом случае уравнения (7)

Синтез наолюдателен. Рассмотрим систему (6) при  $C_p = C_r = 0$ . В этом случае уравнения (7) примут вид:

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_r = \frac{J + J_r}{J J_r} k I - \frac{m lg}{J} \sin\theta \\ \ddot{\theta} = -\frac{k}{J} I + \frac{m lg}{J} \sin\theta \end{cases}$$
(9)

Наблюдатель с высоким коэффициентом усиления будем строить в форме [9]:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{r} &= \hat{\theta}_{r} + \left(\frac{h_{1}}{\varepsilon_{h}}\right) \tilde{\theta}_{r} \\ \ddot{\theta}_{r} &= \frac{J + J_{r}}{JJ_{r}} k I_{\text{M3M}} - \frac{mlg}{J} \sin\theta_{\text{M3M}} + \left(\frac{h_{2}}{\varepsilon_{h}^{2}}\right) \tilde{\theta}_{r} \\ \dot{\theta} &= \ddot{\theta} + \left(\frac{h_{1}}{\varepsilon_{h}}\right) \tilde{\theta} \\ \ddot{\theta} &= -\frac{k}{J} I_{\text{M3M}} + \frac{mlg}{J} \sin\theta_{\text{M3M}} + \left(\frac{h_{2}}{\varepsilon_{h}^{2}}\right) \tilde{\theta} \end{aligned}$$
(10)

где  $\dot{\hat{\theta}}_r$ ,  $\ddot{\hat{\theta}}_r$ ,  $\dot{\hat{\theta}}$ ,  $\ddot{\hat{\theta}}$  – оценки величин  $\dot{\theta}_r$ ,  $\ddot{\theta}_r$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $\ddot{\theta}$  соответственно,  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $\varepsilon_h > 0$  – параметры настройки наблюдателя.

Ошибки наблюдения определяются как:

$$\tilde{\theta} = \theta_{_{\rm H3M}} - \hat{\theta} \tilde{\theta}_{r} = \theta_{_{\rm H3M}} - \hat{\theta}_{r}$$
<sup>(11)</sup>

В уравнениях (10), (11) и далее переменные с нижним индексом изм обозначают измеренные сенсорами (моделями сенсоров) значения соответствующих величин.

Характеристика используемых при имитационном моделировании структурных схем. Структурная схема наблюдателя (10) в MATLAB/Simulink приведена на рисунке 2.

Наблюдатель на основе скользящего режима строится в форме [9]:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}}_{r} &= \ddot{\hat{\theta}}_{r} + \Phi_{1}(\tilde{\theta}_{r}) \\ \ddot{\hat{\theta}}_{r} &= \frac{J+J_{r}}{JJ_{r}} k I_{\text{MM}} - \frac{mlg}{J} \sin\theta_{\text{MM}} + \Phi_{2}(\tilde{\theta}_{r}) \\ \dot{\hat{\theta}} &= \ddot{\theta} + \Phi_{1}(\tilde{\theta}) \\ \ddot{\hat{\theta}} &= -\frac{k}{J} I_{\text{MM}} + \frac{mlg}{J} \sin\theta_{\text{MM}} + \Phi_{2}(\tilde{\theta}) \end{aligned}$$
(12)

Выражения для  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  определяются как

$$\Phi_{1}(\tilde{x}_{1}) = \begin{bmatrix} 1, 5\sqrt{\mu_{1}} |\tilde{x}_{1_{1}}|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sign}(\tilde{x}_{1_{1}}) \\ 1, 5\sqrt{\mu_{2}} |\tilde{x}_{1_{2}}|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sign}(\tilde{x}_{1_{2}}) \end{bmatrix}$$

$$\Phi_{2}(\tilde{x}_{2}) = \begin{bmatrix} 1, 5\sqrt{\mu_{1}} |\tilde{x}_{1_{1}}|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sign}(\tilde{x}_{1_{1}}) \\ 1, 5\sqrt{\mu_{2}} |\tilde{x}_{1_{2}}|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sign}(\tilde{x}_{1_{2}}) \end{bmatrix}^{'}$$
(13)

где  $\mu_1, \mu_2 > 0$  – параметры настройки наблюдателя.



Рисунок 2. Структурная схема наблюдателя с высоким коэффициентом усиления в MATLAB / Simulink

Структурная схема наблюдателя, соответствующая формулам (12), (13) приведена на рисунке 3.



Рисунок 3 - Структурная схема наблюдателя на основе скользящего режима в MATLAB/Simulink

Для построения глобального экспоненциально устойчивого наблюдателя для PLvCC-систем проведем частичную замену координат (2) для нашей модели. При этом в качестве  $\Psi$  возьмем нижнюю треугольную матрицу преобразования Холецкого для  $M^{-1}$  [5]. В этом случае мы получим  $\mathcal{M} = \Psi$ . Наблюдатель будем строить в форме стандартного наблюдателя Люенбергера [7, 13]:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{q}} &= \Psi \hat{p} - L(\hat{q} - q) \\ \dot{\hat{p}} &= -\Psi^T [\nabla V(q) - G(q)u] - \Gamma \Psi^T (\hat{q} - q)' \end{aligned} \tag{14}$$

где  $L, \Gamma \in \mathbb{R}^{n \times n}, L, \Gamma > 0$  - параметры настройки. В этом случае уравнения ошибок будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \hat{\tilde{q}} &= -L\tilde{q} + \Psi \tilde{p} \\ \hat{\tilde{\pi}} &= -\Gamma \Psi^{\mathrm{T}} \tilde{\alpha} \end{aligned}$$
(15)

 $\tilde{p} = -\Gamma \Psi^{1} \tilde{q}$ Структурная схема наблюдателя (14) приведена на рисунке 4.



Рисунок 4 - Структурная схема глобально экспоненциально устойчивого наблюдателя в MATLAB / Simulink

В целях сравнения наблюдателей, для наблюдателя (14) выполняется преобразование импульса в скорость с помощью соответствующего блока имитационной модели.

**Методика имитационного моделирования и его результаты.** Для проведения сравнительного анализа наблюдателей в MATLAB/Simulink была создана модель обратного маятника с маховиком с блоком сенсоров (рис. 5), квантующих модельные сигналы. Получающиеся квантованные с интервалом  $\frac{\pi}{500}$  измерения передаются наблюдателям в качестве величин [ $\theta_{изм}$ ;  $\theta_{r изм}$ ;  $I_{изм}$ ]<sup>T</sup>.



Рисунок 5 – Модель квантующих сенсоров

На вход модели подается синусоидальная волна (рис. 6) и исследуется устойчивость наблюдателей, синтезированных в предыдущем разделе.

В таблице 1 приведены параметры наблюдателей.

| Block Parameters: Sine Wave   | ×             |
|---|---------------|
| Sine Wave   |               |
| Output a sine wave:   |               |
| O(t) = Amp*Sin(Freq*t+Phase) + Bias   |               |
| Sine type determines the computational technique used. The<br>the two types are related through:                | parameters in |
| Samples per period = 2*pi / (Frequency * Sample time)   |               |
| Number of offset samples = Phase * Samples per period / (2*   | pi)           |
| Use the sample-based sine type if numerical problems due to large times (e.g. overflow in absolute time) occur. | running for   |
| Parameters  |               |
| Sine type: Time based   | •             |
| Time (t): Use simulation time   | •             |
| Amplitude:  |               |
| 1   | 1             |
| Bias:   | Lord Lord     |
| 0   | :             |
| Frequency (rad/sec):  |               |
| 3   | :             |
| Phase (rad):  |               |
| 0   | :             |
| Sample time:  | (and          |
| 0   | :             |
| ✓ Interpret vector parameters as 1-D  |               |
|   |               |
| OK Cancel Help  | Apply         |

Рисунок 6 – Параметры синусоидальной волны

Таблица 1 – Параметры наблюдателей, использованные при имитационном моделировании

| Наблюдатель                      | Параметр        | Значение                                 |
|----------------------------------|-----------------|--|
| с высоким коэффициентом усиления | $h_1$           | 1  |
|                                  | $h_2$           | 0,03                                     |
|                                  | $\varepsilon_h$ | 0,01                                     |
| скользящего режима               | $\mu_1$         | 2  |
|                                  | $\mu_2$         | 1  |
| ГЭУ                              | L               | $(50 \ 0)$                               |
|                                  |                 | $(0 \ 10)$                               |
|                                  | Г               | $\begin{pmatrix} 0, 1 & 0 \end{pmatrix}$ |
|                                  |                 | (0 10)                                   |

На рисунке 8a, б приведено сравнение модельной траектории системы с полученными по квантованным измерениям предсказаниями наблюдателей для величины угловой скорости маятника  $\dot{\theta}$ .

В таблице 2 приведено численное сравнение точности наблюдателей по среднеквадратичной ошибке.

Таблица 2 – Численное сравнение наблюдателей

| <b>1</b> 1                           |   |
|--------------------------------------|---|
| Наблюдатель                          | Среднеквадратичная ошибка $	imes 10^{-3}$ |
| с высоким коэффициентом усиления     | 15,3632                                   |
| скользящего режима                   | 11,0017                                   |
| глобально экспоненциально устойчивый | 6,7178                                    |

Сравнение оценок точности показывает эффективность ГЭУ наблюдателя.



(а) в крупном временном масштабе





Заключение. Рассмотрено применение ГЭУ наблюдателя скорости для PLvCC-систем к модели обратного маятника с маховиком. Результаты имитационного моделирования показывают превосходство данного типа наблюдателя над наблюдателем с высоким коэффициентом усиления и наблюдателем на основе скользящего режима.

Разработанный вид наблюдателя предназначен для реализации в различных конструкциях шагающих роботов [3, 12] в системе поддержания равновесия при шаге робота. Целью его использования является компенсация ошибок датчика положения при наличии шумов измерения текущего угла отклонения центра масс от положения равновесия.

### Библиографический список

 Гришин А.А. Ленский А.В., Охоцимский Д.Е., Панин Д.А., Формальский А.М. О синтезе управления неустойчивым объектом. Перевернутый маятник // Известия РАН. Теория и системы управления. 2002. № 5. С. 14-24
 Решмин С.А., Черноусько Ф.Л. Оптимальное по быстродействию управление перевернутым маятником

в форме синтеза // Известия РАН. Теория и системы управления. 2006. № 3. С. 51-62.
 3. Рядчиков И.В., Сеченев С.И., Русаков А.М., Никульчев Е.В. Модельное исследование и реализация стабилизирующего комплекса шагающего робота AnyWalker // Cloud of Science. 2018. Т. 5. № 3. С. 498-515.

4. Савин С.И., Ворочаева Л.Ю. Методы управления движением шагающих внутритрубных роботов // Cloud of Science. 2018. Т. 5. № 1. 163–195.

5. Уилкинсон Д., Райнш К. Справочник алгоритмов на языке Алгол. — М.: Машиностроение, 1976.

6. Anderson B. D. O., Bitmead R. R., Johnson C. R. et al. Stability of adaptive systems: Passivity and averaging analysis. – Cambridge: MIT Press, 1986.

7. Aranovskiy S., Ortega R., Romero J. G., Sokolov D. A Globally Exponentially Stable Speed Observer for a Class of Mechanical Systems: Experimental and Simulation Comparison with High-Gain and Sliding Mode Designs // International Journal of Control. 2017. P. 1-14. https://doi.org/10.1080/00207179.2017.1404130

8. Chang, D. E., McLenaghan, R. G. Geometric criteria for the quasilinearization of the equations of motion of mechanical systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 2013. Vol. 58. N. 4. P. 1046–1050.

9. Davila J., Fridman L., Levant A. Second-order sliding-mode observer for mechanical systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 2005. Vol. 50. N. 11. P. 1785–1789.

10. Khalil H. K., Praly L. High-gain observers in nonlinear feedback control // International Journal of Robust and Nonlinear Control. 2014. Vol. 24. N. 6. P. 993–1015.

11. Romero J. G., Ortega R. Two globally convergent adaptive speed observers for mechanical systems // Automatica. 2015. Vol. 60. P. 7-11.

12. Ryadchikov I., Sechenev S., Nikulchev E. et al. Control and stability evaluation of the bipedal walking robot AnyWalker // International Review of Automatic Control. 2018. T. 11. № 4. C. 160-165.

13. Venkatraman A., Ortega R., Sarras I., Van der Schaft A. Speed observation and position feedback stabilization of partially linearizable mechanical systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 2010. Vol. 55. № 5. P. 1059-1074.

### References

1. Grishin A.A., Lenskii A.V., Okhotsimsky D.E., Panin D.A., Formal'skii A.M. A control synthesis for an unsta-

ble object. An inverted pendulum // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2002. T. 41. № 5. C. 685-694.
2. Reshmin S.A., Chernous'ko F.L.Time-optimal control of an inverted pendulum in the feedback form // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2006. T. 45. № 3. C. 383-394.

3. Ryadchikov I.V., Sechenev S.I., Rusakov A.M., Nikulchev E.V. Model'noe issledovanie i realizaciya stabiliziruyushchego kompleksa shagayushchego robota AnyWalker // Cloud of Science. 2018. V. 5. № 3. P. 498-515. [Rus]

4. Savin S.I., Vorochaeva L.YU. Metody upravleniya dvizheniem shagayushchih vnutritrubnyh robotov // Cloud of Science. 2018. T. 5. № 1. 163–195. [Rus]

5. Wilkinson D., Rainish K. Spravochnik algoritmov na yazyke Algol. M.: Mashinostroenie, 1976.

6. Anderson B. D. O., Bitmead R. R., Johnson C. R. et al. Stability of adaptive systems: Passivity and averaging analysis. — Cambridge: MIT Press, 1986.

7. Aranovskiy S., Ortega R., Romero J. G., Sokolov D. A Globally Exponentially Stable Speed Observer for a Class of Mechanical Systems: Experimental and Simulation Comparison with High-Gain and Sliding Mode Designs // International Journal of Control. 2017. P. 1-14. https://doi.org/10.1080/00207179.2017.1404130

8. Chang, D. E., McLenaghan, R. G. Geometric criteria for the quasilinearization of the equations of motion of mechanical systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 2013. Vol. 58. N. 4. P. 1046–1050.

9. Davila J., Fridman L., Levant A. Second-order sliding-mode observer for mechanical systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 2005. Vol. 50. N. 11. P. 1785–1789.

10. Khalil H. K., Praly L. High-gain observers in nonlinear feedback control // International Journal of Robust and Nonlinear Control. 2014. Vol. 24. N. 6. P. 993–1015.

11. Romero J. G., Ortega R. Two globally convergent adaptive speed observers for mechanical systems // Automatica. 2015. Vol. 60. P. 7-11.

12. Ryadchikov I., Sechenev S., Nikulchev E. et al. Control and stability evaluation of the bipedal walking robot AnyWalker // International Review of Automatic Control. 2018. T. 11. № 4. C. 160-165.

13. Venkatraman A., Ortega R., Sarras I., Van der Schaft A. Speed observation and position feedback stabilization of partially linearizable mechanical systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 2010. Vol. 55. № 5. P. 1059-1074.