

---

---

## **СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

---

---

УДК 623.618 623.4.11

### **ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ НА ЭТАПЕ ИХ ИСПЫТАНИЙ**

*Лобейко Владимир Иванович, доктор технических наук, профессор, филиал Астраханского государственного университета в г. Знаменске, 416540, Россия, г. Знаменск, Астраханская область, ул. Островского, 16, e-mail: lobeykov@mail.ru.*

*Поляков Сергей Владимирович, начальник научного центра, 416540, Россия, г. Знаменск, Астраханская область, войсковая часть 29139, e-mail: starusev-av@yandex.ru.*

*Старусев Андрей Викторович, заместитель начальника научного управления, 416540, Россия, г. Знаменск, Астраханская область, войсковая часть 29139, e-mail: starusev-av@yandex.ru.*

*Под автоматизированной системой управления будем понимать изделие, состоящее из конечного числа элементов, соединённых определённым образом для выполнения поставленных перед системой задач. Более детальный анализ жизненного цикла автоматизированной системы показывает, что среди основных этапов цикла важное место занимают испытания. Испытания связаны с исследованием системы в условиях, близких к эксплуатационным.*

*Испытания в целом представляют собой весьма сложный процесс, характеризующийся многообразием оцениваемых характеристик испытываемой системы, наличием только опытного образца, выделяемого на проведение испытаний. Опытные образцы подвергаются разнообразным по своему составу и задачам испытаниям, целью которых является оценка качества функционирования автоматизированной системы управления, характеризующего степень приспособленности системы для решения поставленных перед ней задач. Процесс оценки качества функционирования автоматизированной системы управления состоит в следующем: определение существенных свойств системы, определение значений показателей свойств системы, определение критерия оценки качества системы. К сожалению, ещё отсутствует приемлемая теория испытаний, позволяющая оптимизировать этот весьма важный этап жизненного цикла системы.*

*В данной статье предлагается экономичный метод оценки качества функционирования автоматизированных систем управления на этапе их испытаний.*

**Ключевые слова:** автоматическая система управления, гомоморфизм, натурные испытания, каналы связи, элементы модели, элементы объектов, состояние модели, изоморфизм, гомоморфизм, структуризация объекта моделирования.

### **ESTIMATION OF QUALITY OF FUNCTIONING OF THE AUTOMATED MANAGEMENT SYSTEMS AT THE STAGE OF THEIR TESTS**

*Lobejko Vladimir I., Sc.D. (Engineering), Professor, branch of the Astrakhan State University in the city of Znamensk, 416540, Russia, Znamensk, the Astrakhan region, 16, Ostrovsky st., e-mail: lobeykov@mail.ru.*

*Polyakov Sergey V., the chief of centre of science, 416540, Russia, Znamensk, the Astrakhan region, army part 29139, e-mail: starusev-av@yandex.ru.*

*Starusev Andrey V., 416540, Russia, Znamensk, the Astrakhan region, army part 29139 e-mail: starusev-av@yandex.ru.*

---

---

## **ПРИКАСПИЙСКИЙ ЖУРНАЛ: управление и высокие технологии № 2 (18) 2012**

---

---

*As the automated management system we will understand a product consisting of a finite number of elements, united definitely for implementation of the tasks put. More detailed analysis of life cycle of the automated system shows that among the main stages of a cycle the important place is occupied with tests. Tests are connected to system research in conditions, close to the operational.*

*Tests as a whole represent rather difficult process characterized by diversity of estimated characteristics of tested system, presence only a pre-production model selected for carrying out of tests. Pre-production models are exposed various on the composition and tasks to the tests which purpose is the estimation of quality of functioning of the automated management system characterizing a level of fitness of system for the decision of tasks delivered before it. Process of an estimation of quality of functioning of the automated management system consists in the following: determination of essential properties of system, determination of values of indexes of properties of system, determination of criterion of an estimation of quality of system. Unfortunately, no there is acceptable theory of the tests, allowing to optimize this rather important stage in the life cycle of system.*

*The economic valuation method of quality of functioning of the automated management systems at a stage of their tests is offered in this article.*

**Key words:** automatic management system, homomorphism, full-scale tests, communication channels, model elements, elements of objects, a model state, isomorphism, homomorphism, structurization of object of modeling.

В условиях испытаний автоматической системы управления (АСУ) документами задаются сроки и объем испытаний. Целесообразно использование метода, теоретическое обоснование которого приведём для широкого класса систем, включающего большинство объектов и выделяемого следующим образом [5].

Пусть имеется некоторый объект математического мира. Если он сложен, то его математическое описание практически невозможно. Поэтому объект разъединяют на конечное число частей (подсистем), сохраняя связи между ними. Если некоторые подсистемы оказываются всё ещё слишком сложными для их описания, то их разъединяют до тех пор, пока получаемые подсистемы низшего уровня (элементы системы) в рамках выбранной точности не станут удобными для их описания. Взаимодействие элементов в процессе функционирования объекта представляет собой результат воздействия каждого элемента на другие элементы. Отдельные взаимодействия называют сигналами. Сигналы передаются по каналам связи, существующим между элементами. Для целей моделирования можно рассматривать только идеальные каналы связи, которые передают сигналы мгновенно, без искажений и независимо друг от друга. Реальные каналы связи, неудовлетворяющие условию идеальности, рассматриваются как самостоятельные элементы модели. Полученное формальное представление объекта моделирования является эквивалентным разъединённым преобразованием, т.е. такое формальное описание эквивалентно исходному объекту.

Для того чтобы такое математическое описание было достаточно общим, необходимо описывать отдельные элементы в виде математической системы, обладающей большой общностью. Такой схемой является динамическая система общего вида [5]. Эта схема охватывает различные определённые и множественные элементы объектов, функционирующие в прерывном и непрерывном времени. Как показано в [3], подобная система может охватывать и объекты с последствием. Динамическая система общего вида задаётся следующим множеством:

- Z – множество состояний;
- X – множество входных сигналов;
- Y – множество выходных сигналов;
- T – упорядоченное множество моментов времени функционирования.

---

## СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

---

Отображение  $x(t) : T \rightarrow X$  называется входным процессом, а  $y(t) : T \rightarrow Y$  выходным.  $\{x(t)\}$  и  $\{y(t)\}$  – множества входных и выходных процессов.

Переход системы и её выходные сигналы определяются соответственно отображением вида:

$$H : T \times T \times Z \times \{x(t)\} \times \Omega \rightarrow Z, \quad (1),$$

$$G : T \times T \times Z \times \{x(t)\} \times \Omega' \rightarrow Y, \quad (2),$$

где  $\Omega, \Omega'$  – некоторые вероятностные пространства.

Итак, динамическая система общего вида определяется:

множествами  $T, X, Y, Z$  и двумя «механизмами»:  $H(1)$  и  $G(2)$ . Более узкие классы систем выделяются путём положения ограничений на эти объекты. Например, для конечных автоматов множество  $T$  – счетное,  $X, Y, Z$  – конечны, а  $\Omega$  – пусто.

Описанная выше динамическая система общего вида охватывает широкий класс элементов реальных объектов. Поэтому если применимость предложенного метода будет доказана для объектов, элементы которых представлены в виде динамических систем общего вида, то это будет справедливо для широкого класса объектов реального мира.

Для доказательства применимости метода разъединения воспользуемся математическим понятием гомоморфизма модели объекту моделирования.

При гомоморфизме модели каждого состояния объекта соответствует только одно состояние модели, но не каждому состоянию модели соответствует одно состояние объекта. Если наблюдается и гомоморфизм объекта по отношению к модели, то это – изоморфизм, соответствующий абсолютной точности модели объекту. При частной точности достигается лишь гомоморфизм модели. Гомоморфизм модели сохраняет основные черты объекта и устанавливает соотношение между результатами моделирования и результатами натурных испытаний объекта. Фактически обоснование использования результатов моделирования возможно только при установлении гомоморфизма модели объекту моделирования.

Рассмотрим объект системы и его модель как некоторые динамические системы общего вида:

$$\Sigma = T, X, Z, Y, H, G, \Omega \text{ и } \Sigma' = T', X', Z', Y', H', G', \Omega'.$$

Для задания гомоморфизма  $\Sigma'$  по отношению к  $\Sigma$  необходимо задать следующие отображения:

$$\tau : T \rightarrow T', \alpha : x \rightarrow x', \alpha_* : \{x(t)\} \rightarrow \{x'(t)\},$$

$$\delta : Z \rightarrow Z', \gamma : Y \rightarrow Y', \gamma_* : \{y(t)\} \rightarrow \{y'(t)\},$$

$\omega : \Omega \rightarrow \Omega'$  и меняющиеся диаграммы:

$$\begin{array}{ccc} T \times T \times Z \times \{x(t)\} \times \Omega & \xrightarrow{H} & Z \times T \times \Omega \xrightarrow{G} \{y(t)\} \\ L_\tau \times \tau \times \delta \times \alpha_* \times \omega \downarrow & & \downarrow \delta \times T \times \omega \uparrow \gamma_* \\ T' \times T' \times Z' \times \{x'(t')\} \times \Omega' & \xrightarrow{H'} & Z' \times T' \times \Omega' \xrightarrow{G'} \{y'(t')\}, \end{array} \quad (3)$$

где  $L_\tau$  – единичное отображение начальных моментов времени функционирования объекта и модели.

Меняющиеся диаграммы гомоморфизма означают, что неважно, как получены результаты исследований:

путём натурных испытаний  $T \times T \times Z \times \{x(t)\} \times \Omega \xrightarrow{H} Z \times T \times \Omega \xrightarrow{G} \{y(t)\}$  или путём построения модели  $T \times T \times Z \times \{x(t)\} \times \Omega \xrightarrow{L_\tau \times \tau \times \delta \times \alpha_* \times \omega} T' \times T' \times Z' \times \{x'(t')\} \Omega$ ; моделирования  $\xrightarrow{H'} Z' \times T' \times \Omega' \xrightarrow{G'} \{y'(t')\}$  и коррекции результатов  $\xrightarrow{\gamma^*} \{y(t)\}$ , где

---

## ПРИКАСПИЙСКИЙ ЖУРНАЛ: управление и высокие технологии № 2 (18) 2012

---

$L_\tau \times \tau \times \delta \times \alpha_* \times \omega$  и  $\tau \times \delta \times \omega$  – отображения, реализуемые при создании модели,  $\{x(t)\}$  – входной процесс управляющих воздействий при функционировании объекта (воздействий внешней среды),  $\gamma$  – коррекция результатов моделирования для получения истинных значений результатов исследований  $\{y(t)\}$ .

Гомоморфизм может быть обеспечен «замыканием» диаграммы (3). Для этого проводят сравнение результатов моделирования с результатами натурных испытаний объектов моделирования. Так как для объектов сложных технических систем натурные испытания трудоёмки (нецелесообразны) или невозможны, то может создаться впечатление, что установление гомоморфизма в этом случае невозможно.

Докажем обратное. Для этого рассмотрим теорему о структурном гомоморфизме: модель гомоморфизма объекта, если наблюдается гомоморфизм всех элементов модели соответствующим элементам объекта при условии, что элементы соединены идеальными каналами связи.

Рассмотрим объект и его модель, состоящие из двух элементов. Пусть в ходе натурных испытаний этих элементов установлены гомоморфизмы  $\Sigma'_1 \rightarrow \Sigma_1$  и  $\Sigma'_2 \rightarrow \Sigma_2$ .

Так как состояния элементов нас не интересуют, будем рассматривать сокращенные диаграммы:

$$\begin{array}{ccc} \{x_1(t)\} & \xrightarrow{M_1} & \{y_1(t)\} \\ & \alpha_1 \downarrow & \uparrow \gamma_1 \\ \{x'_1(t')\} & \xrightarrow{M'_1} & \{y'_1(t')\}; \end{array} \quad (4),$$

$$\begin{array}{ccc} \{x_2(t)\} & \xrightarrow{M_2} & \{y_2(t)\} \\ & \alpha_2 \downarrow & \uparrow \gamma_2 \\ \{x'_2(t')\} & \xrightarrow{M'_2} & \{y'_2(t')\}, \end{array} \quad (5),$$

где  $M_1, M'_1, M_2, M'_2$  – отображения «вход» – «выход» элементов, задаваемые операторами  $G_1$  и  $H_1$ ,  $G'_1$  и  $H'_1$ ,  $G_2$  и  $H_2$ ,  $G'_2$  и  $H'_2$ .

Эти диаграммы по исходному условию меняющиеся, т.е.

$$M_1 = \gamma_1[M'_1(\alpha_1)], \quad (6),$$

$$M_2 = \gamma_2[M'_2(\alpha_2)]. \quad (7).$$

Зададим отображение

$$\alpha = \begin{cases} \alpha_1 & \text{при } x_\Sigma \in X_1, x'_\Sigma \in X'_1 \\ \alpha_2 & \text{при } x_\Sigma \in X_2, x'_\Sigma \in X'_2 \end{cases} \quad (8)$$

и отображение

$$\gamma = \begin{cases} \gamma_1 & \text{при } y_\Sigma \in Y_1, y'_\Sigma \in Y'_1 \\ \gamma_2 & \text{при } y_\Sigma \in Y_2, y'_\Sigma \in Y'_2 \end{cases} \quad (9).$$

Возможность задания таких отображений, полностью определяющих отношения между входными и выходными воздействиями объекта и его модели, подтверждается тем, что

---

## СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

---

при соединении элементов модели любой возможной схемой, состоящих из идеальных каналов [4, 5], множество входных и выходных воздействий объекта и его модели представляют собой произведение, пересечение или разность множеств  $X_1, X_2, X'_1, X'_2, Y_1, Y_2, Y'_1, Y'_2$ .

Для входных воздействий объекта  $X_\Sigma$  имеем:

$X_\Sigma = X_1 \times X_2$  – параллельное соединение независимых элементов;

$X_\Sigma = X_1 \times (X_2 - X_1 \cap X_2)$  – параллельное соединение зависимых по выходу элементов;

$X_\Sigma = X_1$  – последовательное соединение элементов;

$X_\Sigma = X_1 \times (X_2 - X_2 \cap Y_1)$  – параллельно-последовательное соединение;

$X_\Sigma = (X_1 - Y_1 \cap X_2) \cup (X_2 - Y_2 \cap X_2)$  – параллельное соединение с обратной связью;

$X_\Sigma = X_1 - Y_2 \cap X_1$  – последовательное соединение с обратной связью;

Этот вид соединения может распространяться и на параллельно-последовательное соединение:  $X_\Sigma = (X_1 - Y_2 \cap X_1) \cdot (X_2 - Y_1 \cap X_2)$ .

Рассмотрим возможные схемы соединения двух элементов по выходу. Для каждой схемы определим множество выходных воздействий  $Y_\Sigma$ :

$$Y_\Sigma = Y_1 Y_2;$$

$$Y_\Sigma = Y_2;$$

$$Y_\Sigma = Y_2 (Y_1 - Y_1 \cap X_2);$$

$$Y_\Sigma = (Y_1 - Y_1 \cap X_1) \cdot (Y_2 - Y_2 \cap X_2);$$

$$Y_\Sigma = Y_2 - Y_2 \cap X_1.$$

Зависимости воздействий по выходу при идеальности каналов связи не может быть, т.к. нарушилось бы требование независимости передачи сообщений по каналам.

Множество входных и выходных воздействий модели определяется так, что принимается: вместо  $X_1$  и  $X_2$  –  $X'_1$  и  $X'_2$ , вместо  $Y_1$  и  $Y_2$  –  $Y'_1$  и  $Y'_2$ , а вместо  $Y_\Sigma$  и  $Y_\Sigma - Y'_\Sigma$  и  $Y'_\Sigma$ . Следовательно, для любой схемы соединения элементов двухэлементных объектов и модели множество входных и выходных воздействий состоит из множеств входных и выходных воздействий их элементов, а отображения (8) и (9) полностью определяют отношения между  $X_\Sigma$  и  $X'_\Sigma$ ,  $Y_\Sigma$  и  $Y'_\Sigma$ .

В соответствии с возможными схемами соединения определим отображения «вход» – «выход» объекта и модели:

$$M = M_1, \quad M' = M'_1,$$

$$M = M_2, \quad M' = M'_2,$$

$$M = M_1(M_2), \quad M' = M'_1(M'_2),$$

$$M = M_2(M_1), \quad M' = M'_2(M'_1).$$

Для доказательства теоремы о разъединённом гомоморфизме немаловажна справедливость теоремы о композиции для динамических систем общего вида, которая утверждает, что система, полученная путём композиции систем определённого класса по правилам, указанным выше, сама принадлежит этому классу.

Теорема о композиции (математическая теория систем) доказана для дискретных динамических систем. На языке категорий и факторов удалось получить общую формулировку этой теоремы и для динамических систем общего вида. Поэтому рассматриваемые нами

---

---

**ПРИКАСПИЙСКИЙ ЖУРНАЛ:**  
**управление и высокие технологии № 2 (18) 2012**

---

---

двуэлементные объекты и их модели, представляющие собой композицию двух динамических систем общего вида, сами являются динамическими системами общего вида.

Покажем теперь, что для определённого ранее  $\alpha, \gamma, M$  и  $M'$  следующая диаграмма будет меняющейся:

$$\begin{array}{ccc} X_\Sigma & \xrightarrow{M} & Y_\Sigma \\ \alpha \downarrow & & \uparrow \gamma \\ X'_\Sigma & \xrightarrow{M'} & Y'_\Sigma \end{array}, \quad (10),$$

т.е. будет существовать гомоморфизм модели объекту  $\Sigma' \rightarrow \Sigma$ :

$$M = \gamma[M'(\alpha)]$$

Рассматривая диаграмму (10) для каждого элемента множеств  $X_\Sigma, X'_\Sigma$  и  $Y_\Sigma, Y'_\Sigma$  и для каждого варианта соединения элементов объекта и модели, можно легко убедиться, что при этом наблюдается изменчивость (наблюдается переместительный закон). Например, для  $X_\Sigma \in X_1$  и схемы соединения  $M_2(M_1) = \gamma_2\{M'_2[M'_1(\alpha_1)]\}$ . Подставим вместо  $M_1$  и  $M_2$  выражение  $\gamma_1[M'_1(\alpha_1)]$ , согласно (6) и  $\gamma_2[M'_2(\alpha_2)]$  согласно (7). Учитывая, что для последовательной схемы  $\gamma_1 = \alpha_2$ , получаем  $\gamma_2\{M'_2[M'_1(\alpha_1)]\} = \gamma_2\{M'_2[M'_1(\alpha_1)]\}$ , что и требовалось доказать.

Теперь окончательное доказательство теоремы о разъединенном гомоморфизме не составляет труда: для системы, состоящей из двух элементов, благодаря теореме о композиции, доказательство можно распространить методом математической индукции на системы, состоящих из счётного числа элементов.

Так как рассмотренные выше двухэлементные объект и модель являются динамическими системами общего вида, то на следующем шаге теорема о разъединённом гомоморфизме может быть доказана для этих систем, соединённых с некоторыми  $\Sigma_s$  и  $\Sigma'_s$ , с помощью приведённого выше доказательства для двухэлементного объекта и модели, а следовательно, она будет доказана для трёхэлементных систем и так далее.

Из теоремы о разъединённом гомоморфизме следует, что достижение гомоморфизма модели, построенной по определённым, общепринятым для имитационных моделей, правилам [5, 1, 2] (т.е. идеальности каналов связи и структуризации объекта моделирования), возможно не только путём натурных испытаний объектов в целом, но и путём натурных испытаний всех элементов этого объекта. При этом точное определение любой выходной переменной  $\gamma$  путём натурных испытаний объекта моделирования в целом не имеет смысла, т.к. для этого необходимо проведение полного объёма натурных испытаний объекта и моделирование после этого становится ненужным.

Метод разъединения способен в тех же условиях дать точное определение  $\gamma$  при меньших затратах на натурные испытания, т.к. проведение полных натурных испытаний элементов объекта всегда требует меньших затрат, чем полные натурные испытания объекта в целом (т.е. автономное испытание системы всегда «дешевле» комплексных).

Чем детальнее описание объекта моделирования в модели, тем полнее выявляются связи между элементами и точнее описывается функционирование этих элементов, соответственно повышается и точность метода разъединения. При этом, чем больше детализация, тем меньше затрат необходимо на проведение натурных испытаний отдельных элементов, однако при этом растёт число каналов, связывающих элементы (т.е. растёт число данных). Поэтому необходим выбор такой детализации, при которой становятся возможными натурные испытания элементов.

---

## **СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

---

Вывод: метод разъединения имитационного моделирования для определения меры частной точности моделей объекта моделирования предназначен для тех случаев, когда другие методы оценки неприемлемы. Поэтому следует использовать предлагаемый метод в области сложных технических систем.

Предложенный метод позволяет уменьшить затраты, необходимые на проведение натурных испытаний сложных технических систем во всех условиях его применения.

### **Список литературы**

1. Букур И. Введение в теорию категорий / И. Букур, А. Делену ; пер. с англ. – М. : Мир, 1972. – 259 с.
2. Бусленко Н. П. Моделирование сложных систем / Н. П. Бусленко. – М. : Наука, 1989. – 400 с.
3. Бусленко Н. П. О динамических системах с последствием / Н. П. Бусленко, Н. И. Осетинский // Кибернетика. – 1972. – № 5. – С. 123–132.
4. Волкова В. Н. Теория систем : учеб. для студ. вузов / В. Н. Волкова, А. А. Денисов. – М. : Высшая школа, 2006. – 511 с.
5. Гайдес М. А. Общая теория систем (системы и системный анализ) / М. А. Гайдес. – Винница : Глобус-пресс, 2005. – 201 с.

### **References**

1. Bukur I. Vvedenie v teoriju kategorij / I. Bukur, A. Delenu ; per. s angl. – M. : Mir, 1972. – 259 s.
2. Buslenko N. P. Modelirovaniye slozhnyh sistem / N. P. Buslenko. – M. : Nauka, 1989. – 400 s.
3. Buslenko N. P. O dinamicheskikh sistemah s posledstviem / N. P. Buslenko, N. I. Osetinskij // Kibernetika. – 1972. – № 5. – S. 123–132.
4. Volkova V. N. Teoriya sistem : ucheb. dlja stud. vuzov / V. N. Volkova, A. A. Denisov. – M. : Vysshaja shkola, 2006. – 511 s.
5. Gajdes M. A. Obwaja teorija sistem (sistemy i sistemnyj analiz) / M. A. Gajdes. – Vinnica : Globus-press, 2005. – 201 s.

УДК 621.874.001.24

## **АНАЛИЗ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ БУФЕРОВ МОСТОВЫХ КРАНОВ**

*Рабей Вадим Владимирович, аспирант, Астраханский государственный технический университет, 414025, Россия, г. Астрахань, ул. Татищева, 16, e-mail: vadimbey@hotmail.com.*

*Проблема анализа динамического нагружения грузоподъемных кранов при наезде на тупиковые упоры остается на научно-исследовательском уровне, вследствие упрощенных подходов к ее изучению. Актуальность обсуждаемой задачи вытекает также из анализа работ как отечественных, так и зарубежных авторов, исследования которых не позволили сделать однозначный вывод о динамическом нагружении при наезде на тупиковые упоры не только буферов и металлоконструкций кранов, но и промышленных зданий с крановыми нагрузками. В статье анализируются последствия ударного взаимодействия буферов мостовых грузоподъемных кранов с тупиковыми упорами. Обобщено эксплуатационное состояние различных буферов мостовых кранов, где показано, что заложенные проектировщиками прочностные характеристики буферов требуют дальнейшего уточнения. Для изучения поведения буферов мостовых кранов численными методами анализа разработана динамическая конечно-элементная модель различных режимов наезда крана на тупиковые упоры как система со многими степенями свободы. Приведено описание расчетно-динамической конечно-элементной модели отражающей действительную работу металлоконструкции мостового крана. По результатам вычислительных экспериментов получены*