



Библиографический список

1. **Бондаренко И. С.** Анализ факторов, влияющих на выбор технологии строительства коммуникационного тоннеля / И. С. Бондаренко, И. В. Баранникова // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2008 – Вып. № 10. – С. 124–129. – (Информатизация и управление – 1).
2. **Бреннер В. А.** Щитовые проходческие комплексы / В. А. Бреннер, А. Б. Жабин, М. М. Щеголевский, Ал. В. Поляков, Ан. В. Поляков. – М. : Мир горной книги, 2009. – 447 с.
3. **Гончаренко С. Н.** Методы и модели выбора способа прокладки подземных инженерных коммуникаций в условиях городской застройки / С. Н. Гончаренко, В. Д. Сачивка // Программные продукты и системы. – 2011. – № 1. – С. 142–146.
4. **Ишин А. В.** Анализ факторов, влияющих на эколого-экономическую эффективность использования подземного пространства реконструируемых городских территорий / А. В. Ишин, А. А. Корчак // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2009. – № 9. – С. 165–170.
5. **Орловский С. А.** Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации / С. А. Орловский. – М. : Наука, 1981 – 208 с.

УДК 519.872.7:658.51

**МОДЕЛИ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ
И АВТОКОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ ИМИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ
СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ**

**А.А. Солнцев, П.А. Тимофеев,
М.В. Приходько, С.Н. Сатышев, Р.Г. Жигарев**

В статье рассмотрены задачи оценки характера автоковариационных функций и трендов типовых выходных процессов имитации, что позволяет при исследовании поисковых алгоритмов генерировать временные ряды с помощью моделей авторегрессии, заменяя ими громоздкие имитационные модели. С целью определения класса функций выходных процессов имитации проведено имитационное моделирование типовых структур СеМО, а именно, разомкнутых одно- и многофазных СМО с различными дисциплинами обслуживания

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

и замкнутых одно- и многофазных СМО с источниками различной населенности и дисциплинами обслуживания.

Ключевые слова: имитация, тренд, автокорреляция, системы массового обслуживания.

Key words: simulating, trend, autocorrelation, queuing system.

Статистический анализ временного ряда, сгенерированного имитационной моделью в целях получения оценок характеристик функционирования системы, является неотъемлемой частью имитационного моделирования. При разработке имитационных экспериментов и анализе результатов моделирования приходится сталкиваться с рядом проблем, важнейшие из которых следующие:

- необходимость учета коррелированности данных выходного процесса имитации;
- проведение анализа влияния начальных условий моделирования;
- необходимость учета переходного процесса на начальном этапе моделирования;
- выбор интервала моделирования;
- определение стратегии моделирования.

В данной работе предполагается, что производится моделирование исходно стационарных процессов. Нестационарность проявляется только за счет выбора начальных условий моделирования. Будем называть такой процесс условно нестационарным. Важнейшими характеристиками процесса, влияющими на оценку ζ его математического ожидания, является автоковариационная функция и тренд.

В дальнейшем будем предполагать, что выходной процесс имитации представляет собой стационарный эргодический процесс $\zeta(t)$ и оценивается, в первую очередь, математическое ожидание установившегося режима в виде:

$$\zeta = \frac{1}{(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} \xi(t) dt. \quad (1)$$

Без потери общности будем полагать, что математическое ожидание $M\zeta = 0$.

Экспериментальный анализ автоковариационной функции. Проведен анализ вида автоковариационных функций (АКФ) для широкого спектра имитационных моделей. На рис. 1, 2 и 3 представлены структуры некоторых моделей и их автокорреляционные функции, полученные в результате имитационного моделирования.

В качестве объекта имитации рассматривались разомкнутые и замкнутые системы и сети массового обслуживания с различными значениями характеристик входных потоков, времен обслуживания и др.

При идентификации моделей примем следующие обозначения:

A – среднее значение интервала поступления требований;

B – среднее время обслуживания;

V – среднее время пребывания;

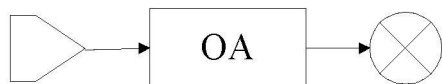
Ltr – длина тренда реализации имитационной модели;

Ntr – количество реализаций для построения тренда;

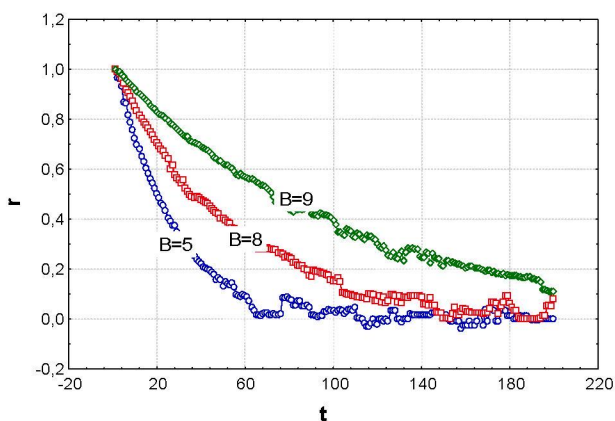
N – число узлов СеМО;

r – АКФ;

Ter – населенность СеМО.



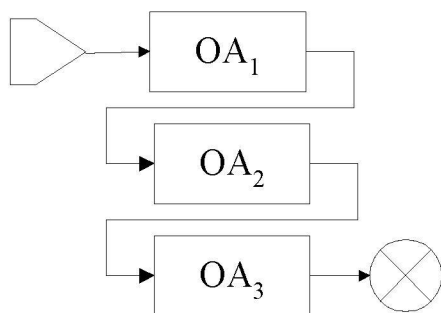
а) структура модели



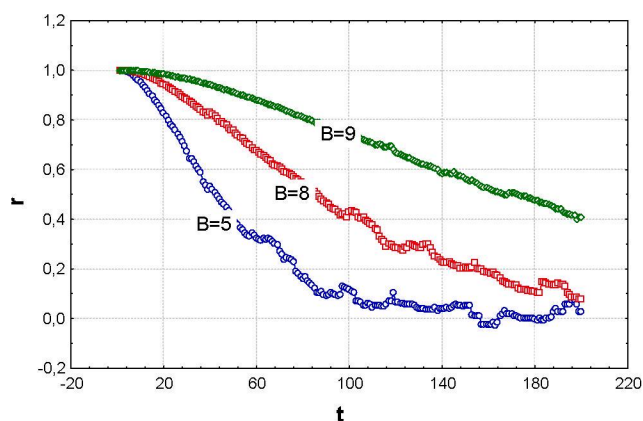
б) автокорреляционная функция $r(t)$

Рис. 1. Однофазная разомкнутая СМО. $A = 10$, $Ltr = 5000$

Из графиков видно, что чем больше значение B , которое определяет загрузку, тем более затянутой является АКФ.



а) структура модели



б) автокорреляционная функция $r(t)$

Рис. 2. Разомкнутая трехфазная СМО. $A = 10$, $Ltr = 5000$

На графиках рис. 2 видна аналогичная тенденция к затягиванию процесса (свойство инерционности) при возрастании загрузки. Однако при этом меняется и характер автокорреляционной функции. Если в однофазной СМО АКФ была вогнутой на всем интервале, то в данном случае на начальном интервале она выпукла.

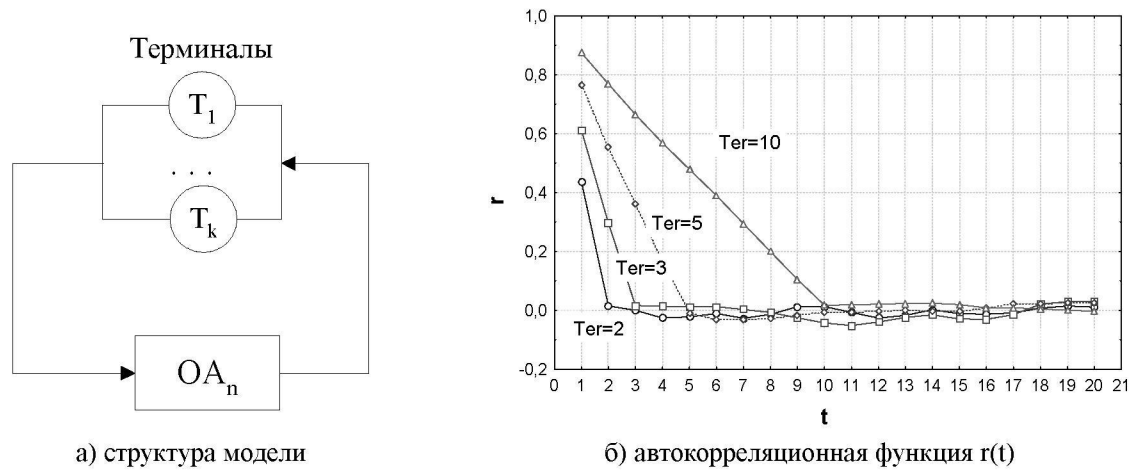


Рис. 3. Замкнутая однофазная Семо. $A = 5$, $B = 10$

В замкнутых системах наблюдается несколько иной характер автокорреляции, однако и здесь видны ее апериодические свойства.

Аналитические модели АКФ. В ряде работ предлагается аппроксимировать автокорреляционную функцию экспонентой:

$$r(\tau) = \sigma^2 e^{-c|\tau|}, \quad (2)$$

где σ – среднее квадратическое отклонение процесса.

Так, для гауссовского марковского стационарного случайного процесса автокорреляция имеет вид $\sigma^2 \rho - |\tau|$, где $0 < \rho < 1$. Поэтому для процесса с экспоненциальной автокорреляцией при построении условных распределений можно учитывать лишь последнее состояние процесса в момент t_0 .

Однако, как видно из вышеприведенных графиков, автокорреляционная функция в ряде случаев имеет тенденцию к «затягиванию» в начале координат, т.е. $r'(0) \approx 0$, и, соответственно, к более медленному затуханию. Поэтому предлагается автоковариационную функцию аппроксимировать зависимостью:

$$r(t) = \sigma^2 (\alpha_1 e^{-c_1 t} + \alpha_2 e^{-c_2 t}), \quad (3)$$

где $c_1 > 0$ и $c_2 > 0$ параметры автоковариации, а α_1 и α_2 – некоторые функции параметров c_1 и c_2 . Зависимость (3) включает экспоненциальную как частный случай.

Варьируя указанные параметры, можно моделировать достаточно широкий класс автокорреляций. На рис. 3 приведены графики автокорреляционных функций, полученных при различных комбинациях значений параметров c_1 и c_2 .

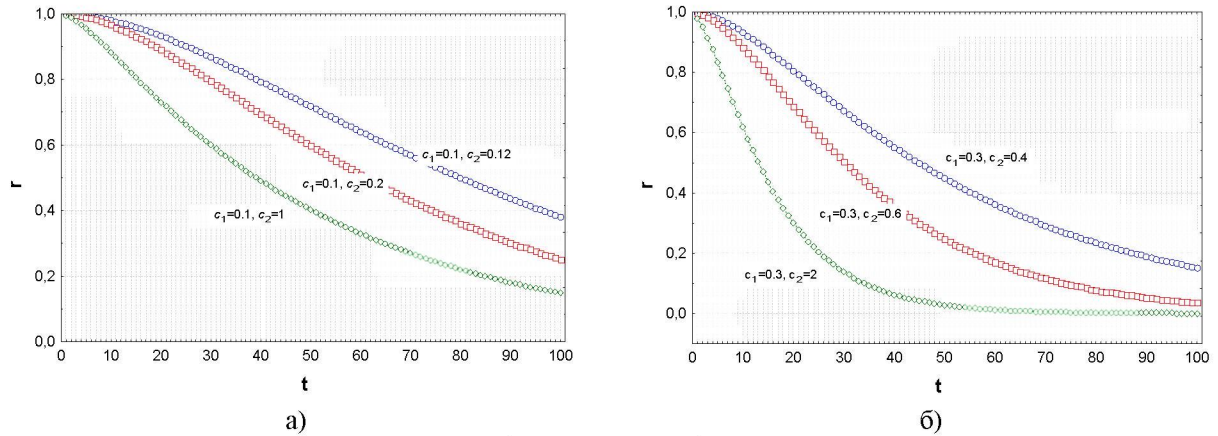


Рис. 4. Аппроксимация АКФ

В результате проведенного анализа можно сделать следующие выводы:

- минимум из параметров c_1 и c_2 определяет длину интервала, на котором корреляция существенна;
- разность между параметрами c_1 и c_2 определяет вид АКФ при малых значениях t . Чем меньше разность, тем более пологая автоковариация в начале.

Как видно из графиков, варьируя параметры c_1 и c_2 , можно добиться большого разнообразия в поведении функции. Для параметров автоковариации введем обозначение $Cv = (c_1, c_2)$.

Назовем автоковариацию:

- без запаздывания, если $|c_1 - c_2|$ – велик;
- с запаздыванием, если $|c_1 - c_2|$ – мал.

Будем называть процесс:

- сильнокоррелированным, если $\min(c_1, c_2)$ – мал ($< 0,2$);
- слабокоррелированным, если $\min(c_1, c_2)$ – велик ($> 0,5$).

Дисперсия среднеинтегральной оценки. При известной автокорреляционной функции дисперсия среднеинтегральной оценки математического ожидания стационарного процесса вычисляется на основании:

$$D_s \zeta(T) = \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T r(|t - u|) dt du. \quad (4)$$

В силу симметричности подынтегрального выражения

$$D_s \zeta(T) = \frac{2}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{t}{T}\right) \cdot r(t) \cdot dt. \quad (5)$$

Введем следующие обозначения:

$$r_1(t) = \sigma^2 \left(\frac{\alpha_1}{c_1} e^{-c_1 t} - \frac{\alpha_2}{c_2} e^{-c_2 t} \right) \quad r_2(t) = \sigma^2 \left(\frac{\alpha_1}{c_1^2} e^{-c_1 t} - \frac{\alpha_2}{c_2^2} e^{-c_2 t} \right). \quad (6)$$

Тогда дисперсия оценки примет следующий вид:

$$D_s \zeta(T) = \frac{2}{T} r_1(0) - \frac{2}{T^2} r_2(0) + \frac{2}{T^2} r_2(T). \quad (7)$$

Функции $r_1(t)$ и $r_2(t)$ далее используются для представления аналитических выражений характеристик процессов.

Для указанных коэффициентов автоковариации графики дисперсии приведены на рис. 5.

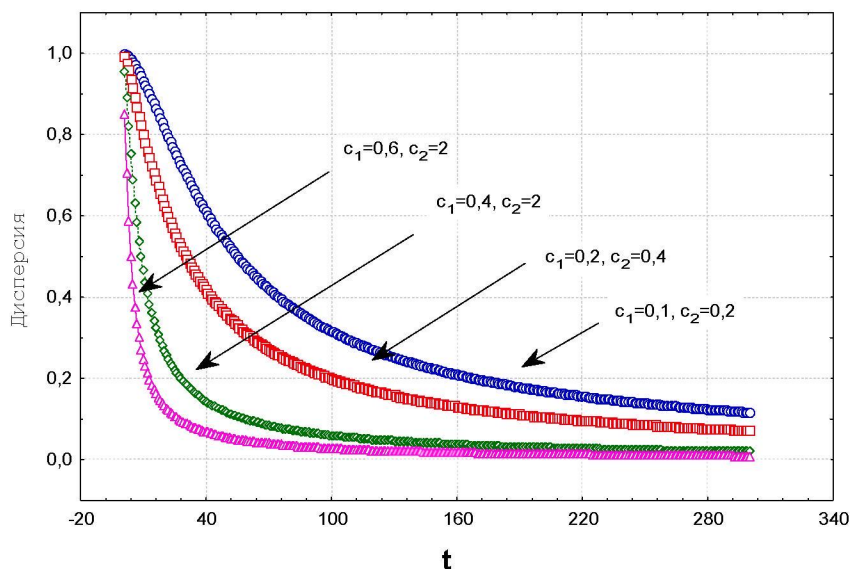


Рис. 5. Дисперсия среднеинтегральной оценки стационарного процесса

На графиках видно, что у сильнокоррелированного процесса дисперсия убывает более медленно. Задержка автоковариации также увеличивает дисперсию оценки, причем более существенно при малых интервалах моделирования.

Тренды переходных режимов имитационных процессов. Для приведенных выше моделей кроме экспериментов по оцениванию автокорреляционной функции были проведены эксперименты по оцениванию трендов среднего времени пребывания.

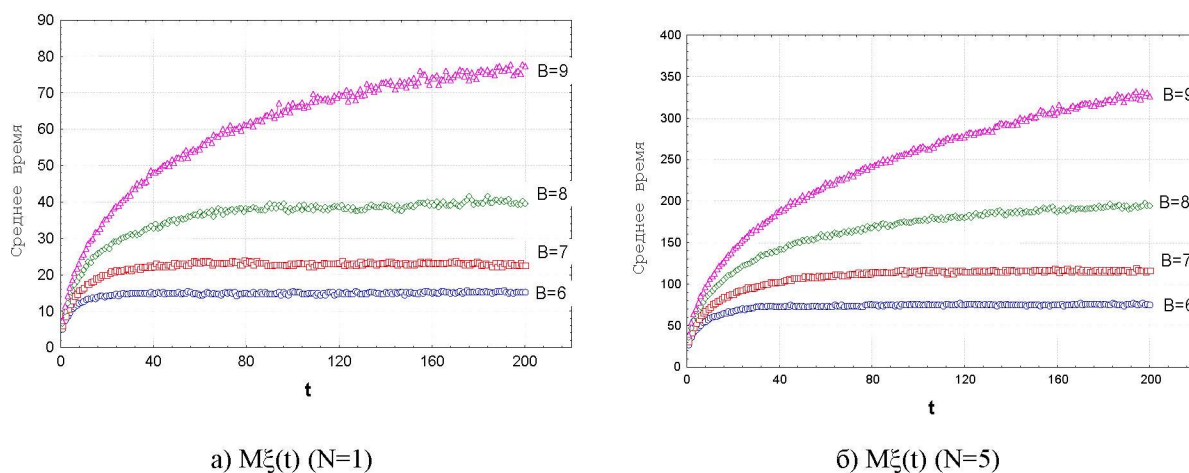


Рис. 6. Тренды разомкнутых СеМО

На рис. 6 приведены графики трендов для однофазной и пятифазной разомкнутой СеМО. Тренды переходных режимов были получены при входном потоке $A = 10$, длине тренда $Ltr = 200$, количестве реализаций $Ntr = 400$ и параметрах обслуживания $B = \{6, 7, 8, 9\}$.

На графиках виден монотонный характер трендов, причем для однофазной СМО выход в стационарный режим происходит значительно быстрее.

Кроме трендов, по среднему времени пребывания были построены тренды среднего квадратического отклонения (СКО) времени пребывания, графики которых приведены на рис. 7.

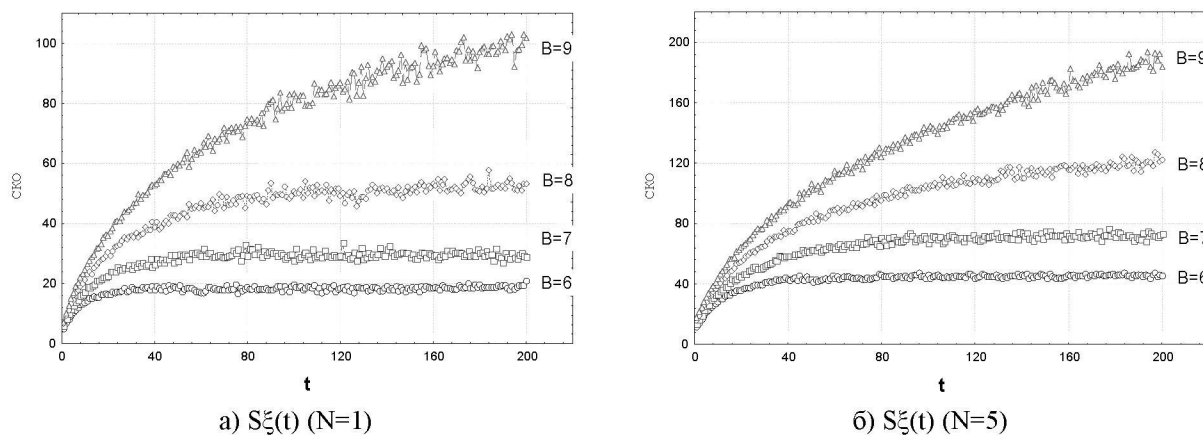


Рис. 7. СКО разомкнутых СеМО

Для замкнутых СеМО графики трендов переходных режимов приведены на рис. 8. В первом случае (8а) варьировалось число фаз при фиксированной населенности ($Ter = 10$). Во втором случае (8б) варьировалась населенность при фиксированном числе фаз ($N = 10$).

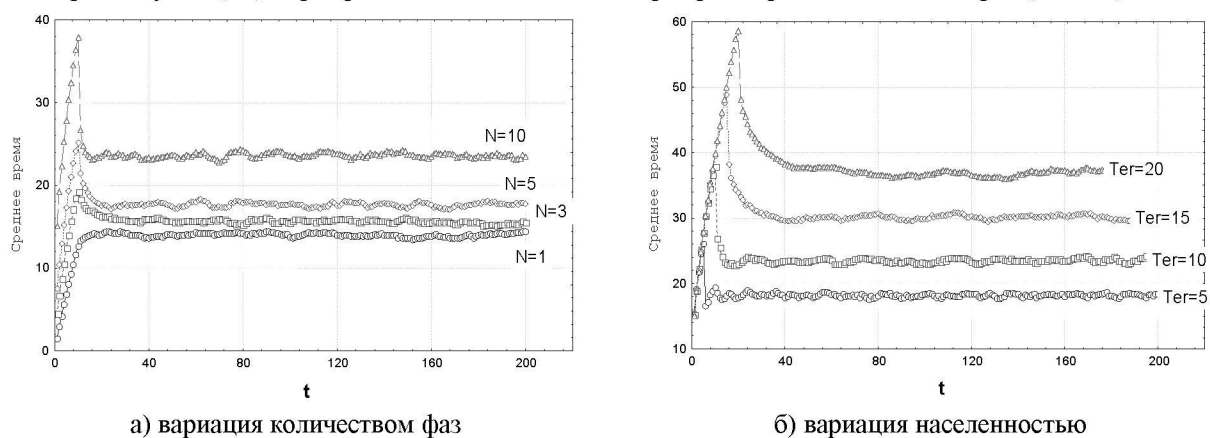


Рис. 8. Тренды замкнутых СеМО

Как видно из графиков, в начальный период (приблизительно до значения населенности) тренд быстро возрастает, а затем монотонно убывает.

Тренды СКО времени пребывания соответствующих моделей приведены на рис. 9.

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

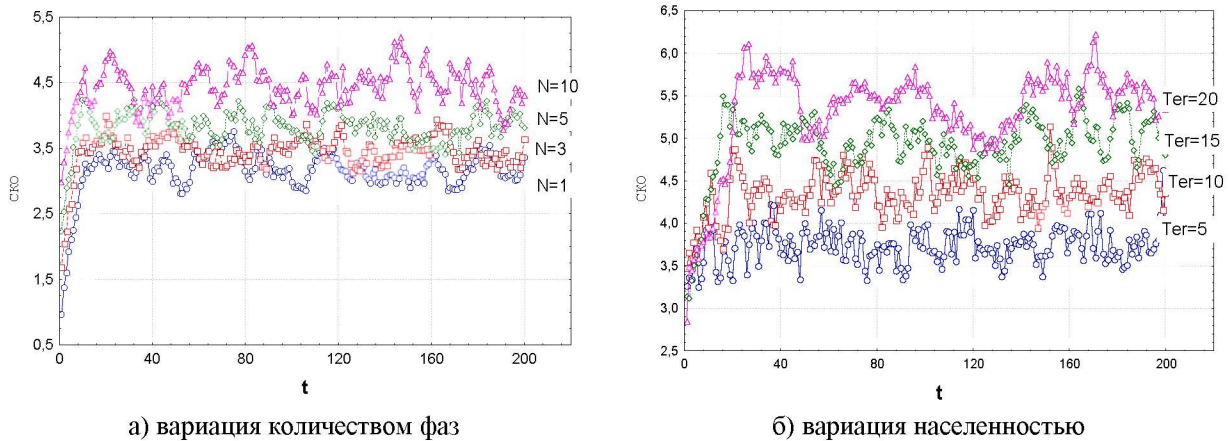


Рис. 9. СКО замкнутых СМО

Анализ графиков говорит о типе трендов выходных имитационных процессов. Сравнивая поведение автокорреляционных функций и трендов, можно заметить некоторое подобие форм. Если автокорреляция ведет себя более полого, то и тренд более пологий.

Классификация процессов по виду тренда. Пусть $G(t) = M\xi(t|S_0)$ – тренд условно нестационарного процесса, где S_0 – начальные условия моделирования. Предполагается, что функция $G(t)$ непрерывна на всем интервале моделирования.

Процесс называется безинерционным, если $t > 0$ $G(t) = 0$. Это условие выполняется лишь в случае, когда выборочные значения независимы, и их математическое ожидание – несмещенная оценка функционала.

Процесс называется инерционным, если:

$$\exists t^* > 0 : G(t^*) \neq 0 \text{ и } \lim_{t \rightarrow \infty} G(t) = 0. \quad (8)$$

Условие существования предела выполняется в силу существования стационарного распределения исследуемого процесса.

Достаточно типичны для выходных процессов имитации монотонные тренды. Свойства монотонности дают возможность исследовать качественные характеристики процессов. Используем отношение стохастического порядка между случайными величинами ξ_1 и ξ_2 , которое определяется соотношением:

$$\xi_1 < \xi_2 \Leftrightarrow \Phi_1 < \Phi_2, \quad \Phi_1 < \Phi_2 \Leftrightarrow \forall x, \quad \Phi_1(x) \geq \Phi_2(x), \quad (9)$$

где “ $<$ ” – отношение стохастического порядка; Φ_1, Φ_2 – функции распределения случайных величин ξ_1 и ξ_2 .

Случайный процесс $\xi(t)$ называется монотонно возрастающим по t относительно “ $<$ ” при начальных условиях S_0 , если

$$\forall t_1, t_2 \quad t_1 \leq t_2 \Rightarrow \xi(t_1 | S_0) < \xi(t_2 | S_0). \quad (10)$$

Это свойство также называется свойством внутренней монотонности процесса.

Процесс называется монотонным, если $t_1 > t_2 \Rightarrow G(t_1) > G(t_2)$.

Процесс называется монотонным инерционным, если существует интервал $(0, t^*)$, на котором $G(t)$ сохраняет значение $G(0)$, а на интервале (t^*, ∞) определен монотонный процесс. Случайный процесс называется монотонным процессом с запаздыванием, если:

$$\exists t^* > 0 : \forall t \in (0, t^*) G''(t) > 0 \wedge \forall t > t^* G(t) < 0. \quad (11)$$

Так, например, переходный процесс времени пребывания заявки в одноканальной СМО является монотонным процессом. Переходный процесс в двухканальной СМО, кото-

рый возникает при изменении параметра обслуживания первой фазы, является монотонным процессом с запаздыванием.

Модель авторегрессии. Предполагается, что имитационные модели будут включены в контур оптимизационных алгоритмов и определены условия сходимости поисковых алгоритмов для процессов, порожденных имитационными моделями. Однако исследование самих алгоритмов оптимизации и поиска, определение наилучшего из них, оценка параметров этих алгоритмов требует генерации большого количества выходных процессов имитации. Известно, что генерация таких процессов с помощью имитационных моделей достаточно трудоемка и требует больших затрат машинного времени.

В данной работе предлагается использовать в качестве выходных процессов имитации случайные процессы, сгенерированные моделями авторегрессии.

О последовательности случайных величин $\xi_1, \xi_2, \dots$ говорят, что она удовлетворяет стохастическому разностному уравнению (процессу авторегрессии), если существует такая линейная комбинация:

$$\xi_t + \beta_1 \cdot \xi_{t-1} + \dots + \beta_p \cdot \xi_{t-p} = \varepsilon_t \quad t = 1 + p, \dots, \quad (12)$$

что последовательность $\varepsilon_{p+1}, \varepsilon_{p+2}, \dots$ является последовательностью независимых и одинаково распределенных случайных величин (далее будем полагать $M\varepsilon_t = 0$).

Наиболее простым случаем является уравнение первого порядка

$$\xi_t = -\beta_1 \cdot \xi_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (13)$$

Автокорреляционная функция такого процесса равна

$$r(t) = \sigma^2 \frac{(-\beta_1)^t}{1 - \beta_1^2}. \quad (14)$$

Учитывая полученные выше результаты, процесс авторегрессии 1-го порядка не отражает всех особенностей поведения выходных имитационных процессов, в частности, не позволяет реализовать «затянутость» АКФ.

В связи с этим выполним анализ процесса авторегрессии второго порядка:

$$\xi_t = -\beta_1 \cdot \xi_{t-1} - \beta_2 \cdot \xi_{t-2} + \varepsilon_t. \quad (15)$$

Для вычисления автокорреляционной функции необходимо определить параметрическую систему уравнений относительно неизвестных параметров функции. Для процессов авторегрессии второго порядка эта система разрешима аналитически. В случае действительных и различных корней характеристического уравнения автоковариационная функция имеет вид:

$$r(t) = \frac{\sigma^2}{(x_1 - x_2)(1 - x_1 x_2)} \left(\frac{x_1^{t+1}}{1 - x_1^2} - \frac{x_2^{t+1}}{1 - x_2^2} \right), \quad (16)$$

где $0 < x_1 < 1$ и $0 < x_2 < 1$.

Зависимость (16) приводится к (3) путем замены переменных. Действительно, пусть $x_1 = e^{-c_1}$, $x_2 = e^{-c_2}$. Тогда, учитывая условие нормирования, после преобразований получим:

$$x_1 = e^{-c_1} \quad x_2 = e^{-c_2}$$
$$\alpha_1 = \frac{e^{-c_1}(1 - e^{-2c_2})}{e^{-c_1}(1 - e^{-2c_2}) - e^{-c_2}(1 - e^{-2c_1})}, \alpha_2 = \frac{e^{-c_2}(1 - e^{-2c_1})}{e^{-c_2}(1 - e^{-2c_1}) - e^{-c_1}(1 - e^{-2c_2})}. \quad (17)$$

Таким образом, автоковариационная функция процессов авторегрессии принадлежит тому же классу, что и автоковариационная функция выходных процессов имитации.

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Рассмотрим характер тренда процесса авторегрессии, начиная с нулевого момента времени. Изменение начальных условий моделирования, приводящих к видоизменению начального участка тренда в процессах авторегрессии, будем имитировать путем задания различных начальных условий. Как показывает анализ, характер поведения трендов процессов авторегрессии близок к выходным имитационным процессам.

Таким образом, можно сделать следующий вывод: характер автоковариационных функций и тренда типовых выходных процессов имитации и соответствующие характеристики процессов авторегрессии близки друг к другу. Это позволяет при исследовании поисковых алгоритмов генерировать временные ряды с помощью моделей авторегрессии, заменяя ими громоздкие имитационные модели.

С целью определения класса функций выходных процессов имитации проведено имитационное моделирование типовых структур СеМО, а именно, разомкнутых одно- и многофазных СМО с различными дисциплинами обслуживания и замкнутых одно- и многофазных СМО с источниками различной населенности и дисциплинами обслуживания. При этом анализировался характер поведения тренда и вид автокорреляционной функции. В результате показано, что автокорреляционная функция имеет аperiодический характер и в случае многофазных СМО «затянута» в начале координат (имеет точку изгиба).

Вследствие влияния начальных условий моделирования тренд имеет характер аperiодической функции, асимптотически сходящейся к некоторому стационарному значению. Проведена классификация трендов на инерционные, безынерционные, монотонные, с запаздыванием и без запаздывания.

Для предложенной автокорреляционной функции стационарного выходного процесса получено аналитическое выражение дисперсии среднеинтегральной оценки. Показано, что на дисперсию оказывают существенное влияние параметры автокорреляционной функции, а также степень ее «затянутости».

УДК 004.032.26 + 621.311.001.57+004.89

МЕТОДИКА ВЫЯВЛЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА ЭНЕРГОСБЕРЕЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДАННЫХ¹

**М.В. Щербаков, Т.А. Яновский,
А. Бребельс, Н.Л. Щербакова**

В статье рассматривается вопрос выявления потенциала энергосбережения в коммерческих зданиях с точки зрения интеллектуальной обработки информации. Решение такой проблемы целесообразно на этапе планирования работ по повышению энергетической эффективности. В качестве решения предлагается методика расчета потенциала энергосбережения на основе построения прогнозных моделей. Методика включает 5 основных шагов. Показана апробация методики на ряде коммерческих зданий, приведены выводы и рекомендации по ее использованию.

Ключевые слова: энергосбережение, потенциал энергосбережения, интеллектуальный анализ данных, извлечение знаний из данных, нейронные сети, предварительный анализ данных, редукция данных, выявление аномалий, оценка качества.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 10-07-97008-р_поволжье_а).