

13. Spasennikov V. V., Yerokhin D. V. Ekonomiko-psikhologicheskie printsipy i metody marketingovykh issledovaniy [Economic and psychological principles and methods of marketing research]. *Vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Bryansk State Technical University], 2013, no. 1 (37), pp. 102–110.
14. Terstuon L. L. *Psikhofizicheskiy analiz. Problemy i metody psikhofiziki* [Psychophysical analysis. Problems and methods of psychophysics], Moscow, Lomonosov Moscow State University Publ. House, 1974. 395 p.
15. Trostinskaya A. V., Fedorova N. I. Informatsionnaya podderzhka pri analize psikhologicheskikh predpochteniy zakazchika proektov [Information support in the analysis of the psychological preferences of the customer projects]. *Informatsionnye tekhnologii v upravlenii : materialy konferentsii (ITU – 2014)* [Information Technologies in Management. Proceedings of the Conference (ITM – 2014)], 2014, pp. 146–148.
16. Cherednichenko V. A. Netraditsionnye metody otsenki deyatel'nosti prepodavateley vuzov [Nontraditional methods of evaluation of university teachers]. *Innovatsionnoe razvitiye – ot Shumpetera do nashikh dney: ekonomika i obrazovanie : sbornik nauchnykh statey po materialam Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii* [Innovative Development – from Schumpeter to the Present Day: the Economy and Education. Proceedings of the International Scientific and Practical Conference], 2015, pp. 455–459.
17. Cheremushnikova I. I., Vitun Ye. V., Petrosienko Ye. S., Notova S. V. Vozmozhnosti testa lyushera (8-tsvetovoy variant) v diagnostike kharakterologicheskikh i povedencheskikh osobennostey studentov s razlichnym urovnem fizicheskoy podgotovki [Features test Luscher (8-color option) in the diagnosis of character and behavioral characteristics of students with different levels of physical fitness]. *Vestnik Orenburgskogo gosudarstvennogo universiteta* [Bulletin of the Orenburg State University], 2010, no. 12–1 (118–1), pp. 108–110.
18. Chernyakhovskaya L. R., Fedorova N. I., Vladimirova I. P. Informatsionnaya podderzhka prinyatiya resheniy na osnove ontologicheskogo analiza analiticheskikh modeley i metodov [Informational support of decision-making on the basis of ontological analysis of analytical models and methods]. *Informatsionnye tekhnologii intellektualnoy podderzhki prinyatiya resheniy : mezhvuzovskiy sbornik nauchnykh trudov* [Information Technology Intellectual Support of Decision Making. Proceedings], Ufa, Ufa State Aviation Technical University Publ. House, 2014, vol. 3, pp. 96–99.
19. Yudin D. V., Kravets A. G. Sistema upravleniya kompetentsiyami s formirovaniem individualnykh professionalnykh testov [Competence management system with the formation of individual professional test]. *Prikaspiyskiy zhurnal: upravlenie i vysokie tekhnologii* [Caspian Journal: Management and High Technologies], 2013, no. 4, pp. 176–183.
20. Averchenkov V. I., Gulakov V. K., Miroshnikov V. V., Potapov L. A., Spasennikov V. V., Trubakov A. O. Formation of the Color Palette for Content Based Image Retrieval Automated Systems. *World Applied Sciences Journal 24 (Information Technologies in Modern Industry, Education & Society)*, no. 6, 2013, pp. 1–6.
21. Guilford J. P. *Psychometric Methods*, N. Y., Toronto, London, Mc-Graw-Hill Publ., 1954. 597 p.
22. Torgerson N. S. *Theory and Method of scaling*, N. Y., John Wiley and Sons Publ., 1958. 460 p.
23. Wejnert C., Heckathorn D. Web-based Network Sampling: Efficiency' and Efficacy of Respondent-driven Sampling for Online Research. *Sociological Methods Research*, 2008, vol. 37, pp. 105–134.

УДК 330.43, 339.743.44, 519.246.85

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО СГЛАЖИВАНИЯ ВРЕМЕННОГО РЯДА ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВАЛЮТНОГО КУРСА

Статья поступила в редакцию 12.03.2016, в окончательном варианте 20.03.2016

Пилюгина Анна Валерьевна, кандидат экономических наук, доцент, Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана, 105005, Российская Федерация, г. Москва, ул. 2-ая Бауманская, 5/1, e-mail: pilyuginaanna@mail.ru

Бойко Андрей Алексеевич, аспирант, Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана, 105005, Российская Федерация, г. Москва, ул. 2-ая Бауманская, 5/1, e-mail: boiko_andrew@mail.ru

Выполнен анализ процедуры экспоненциального сглаживания временного ряда с использованием моделей Брауна и Хантера. Поставлены задачи оптимизации следующих объектов: вида модели; параметра сглаживания α ; числа первых членов ряда, участвующих в формировании начального значения. В качестве исходных данных использован курс доллара США и единой европейской валюты к российскому рублю с 01 января 2009 г. по 31 декабря 2015 г. Помимо ежедневных значений были рассмотрены 3 производных временных ряда: среднемесячных значений; с отсутствующими значениями, замененными предыдущими значениями; с интерполированием отсутствующих значений по известным соседним значениям. В качестве критерия оптимизации использованы следующие объ-

екты: квадрат средней квадратичной ошибки (MSE), средняя квадратичная ошибка (RMSE), средняя относительная ошибка прогноза (MAPE). Показано, что модель Хантера обеспечивает меньшую относительную ошибку прогноза. Оптимальным значением параметра сглаживания для этой модели в большинстве случаев является «1», а для формирования начального значения следует усреднить 10 первых членов ряда. Показана целесообразность поиска по сетке для определения оптимальных параметров модели экспоненциального сглаживания.

Ключевые слова: валютный курс, прогнозирование, временной ряд, экспоненциальное сглаживание, модель Брауна, модель Хантера, параметр сглаживания, поиск на сетке, квадрат средней квадратичной ошибки (MSE), средняя квадратичная ошибка (RMSE), средняя относительная ошибка прогноза (MAPE)

TIME SERIES EXPONENTIAL SMOOTHING OPTIMAL PARAMETERS FINDING FOR FORECASTING OF CURRENCY EXCHANGE RATE

Pilyugina Anna V., Ph.D. in Economics, Associate Professor, Bauman Moscow State Technical University, 5/1, 2-ya Baumanskaya St., Moscow, 105005, Russian Federation, e-mail: pilyuginaanna@mail.ru

Boiko Andrey A., post-graduate student, Bauman Moscow State Technical University, 5/1, 2-ya Baumanskaya St., Moscow, 105005, Russian Federation, e-mail: boiko_andrew@mail.ru

Time series exponential smoothing using R.G. Brown and J.S. Hunter models is analyzed. Optimization problems are formulated for following objects: type of exponential smoothing model; smoothing parameter α ; number of first time series cases for counting initial smoothed value. Time series of daily exchange rate of the US dollar and Euro to the Russian Federation rouble from 1st January 2009 to 31st December 2015 are used as bench-mark data. In addition to daily course time series three modified time series are considered. They are monthly average exchange rate, time series with missing values in which missing values are filled up with previous value and time series with missing values in which missing values are filled up with interpolated values using previous and following cases. As optimization criterion following objects are used: mean square error (MSE), root mean square error (RMSE), mean average percentage error (MAPE). It is shown that J.S. Hunter model provides smaller value of MAPE. For that model optimal smoothing parameter value is equal to 1 in most cases and initial smoothed value is equal to average of first ten cases of original time series. Grid search is considered as an optimum procedure for exponential smoothing optimal parameters finding.

Keywords: currency exchange rate, forecasting, time series, exponential smoothing, R.G. Brown model, J.S. Hunter model, smoothing parameter, grid search, mean square error (MSE), root mean square error (RMSE), mean average percentage error (MAPE)

Введение. Метод экспоненциального сглаживания был впервые описан Робертом Брауном в 1959 г. [17]. В настоящее время этот метод активно используется при построении эконометрических прогнозов [3, 6, 11–15]. Указанный метод рекомендуется использовать при построении среднесрочных прогнозов с периодом упреждения 3–6 отсчетов. К числу основных недостатков метода следует отнести невозможность оценивания доверительных интервалов, а значит и рисков, связанных с получением недостоверного прогноза. Таким образом, метод экспоненциального сглаживания позволяет получить только точечный, но не интервальный, прогноз. К достоинствам метода могут быть отнесены относительная простота как осуществления процедуры прогнозирования, так и интерпретации основных величин, используемых в методе (начального значения и параметра сглаживания), а также достаточно высокая точность прогноза, сопоставимая с другими методами. Несмотря на простоту метода, в литературе содержатся разные сведения по вопросам выбора модели прогнозирования и оптимальных параметров модели, обеспечивающих наименьшее значение ошибки прогнозирования. В настоящей работе предпринята попытка решения данной проблемы с помощью численного моделирования на реальных данных курса доллара США и единой европейской валюты по отношению к российскому рублю с 01 января 2009 г. по 31 декабря 2015 г. Эти данные были взяты с официального сайта Центрального банка Российской Федерации.

Общая характеристика методов исследования, применяемых в рассматриваемой предметной области. Экспоненциальное сглаживание принято считать одним из самых простых методов прогнозирования. Однако даже для такого, относительно простого, метода прогнозирования, сущест-

вует несколько вариантов как самой модели прогнозирования, так и выбора ее параметров. В дальнейшем изложении будем использовать следующие обозначения:

- y - исходный временной ряд (BP); y_t - значение BP y в момент времени t ;
- s - сглаженный (англ. – smoothed) BP; s_t - значение сглаженного BP s в момент времени t ;
- f - BP, полученный в результате прогнозирования (англ. – forecasted);
- f_t - значение BP f в момент времени t .

В соответствии с работой Брауна [17] (цит. по [21]), значение сглаженного BP s в момент времени t вычисляется по формуле:

$$s_t = \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot s_{t-1}, t \geq 2, \quad (1)$$

где α - параметр сглаживания, $0 \leq \alpha \leq 1$.

При этом в качестве прогнозного значения с упреждением в один период используется значение сглаженного BP s_t :

$$f_{t+1} = s_t. \quad (2)$$

В работе Хантера [23] (цит. по [25]) значение сглаженного BP s в момент времени t вычисляется по формуле:

$$s_t = \alpha \cdot y_{t-1} + (1 - \alpha) \cdot s_{t-1}, t \geq 2. \quad (3)$$

В отличие от формулы (1), здесь для вычисления сглаженного значения в момент времени t используются исходное и сглаженные значения BP в момент времени $t - 1$. При этом сглаженное значение может использоваться в качестве прогнозного значения в момент времени t :

$$f_{t+1} = s_{t+1}. \quad (4)$$

В дальнейшем значения BP, полученные с использованием модели Брауна, будем обозначать с использованием надстрочного знака «(B)» (например, $f_{t+1}^{(B)}$), а значения BP, полученные с использованием модели Хантера, - надстрочного знака «(H)» (например, $f_{t+1}^{(H)}$). Сравним формулы, по которым вычисляются прогнозные значения в обеих моделях:

$$\begin{aligned} f_{t+1}^{(B)} &= \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot s_{t-1}, t \geq 2, \\ f_{t+1}^{(H)} &= \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot s_t, t \geq 1. \end{aligned}$$

Получается, что в модели Брауна для прогнозирования используется сглаженное значение, полученное на предыдущем шаге (в момент времени $t - 1$), а в модели Хантера – сглаженное значение, полученное на текущем шаге (в момент времени t). Следовательно, с использованием модели Брауна первое прогнозное значение может быть получено для значения времени $t = 3$, т.е., для третьего отсчета, а с использованием модели Хантера – для значения времени $t = 2$, т.е. уже для второго отсчета. Таким образом, даже для простого (или, как его часто называют, одинарного – в отличие от двойного и тройного) экспоненциального сглаживания возможно использование двух различных моделей. Возникает вопрос: какой из двух рассмотренных моделей целесообразно отдать предпочтение?

Следующий закономерно возникающий вопрос касается выбора параметра сглаживания α . Единого мнения по этому поводу нет, есть лишь отдельные рекомендации, носящие эмпирический характер. Так, Хантер предлагает использовать значения α из отрезка $[0.2; 0.3]$ [23] (цит. по [18]). В работе Гарднера [22] также предлагается использовать значение α , не превышающее 0,3 (цит. по [10]). Аналитики Kodak используют значение 0,38, а Ford Motors – 0,28 или 0,3. При этом, по данным А.В. Романюка [9], значение 0.5 почти никогда не превышает. Однако в работе [9] показано, что при прогнозировании ряда, использованного для иллюстрации в работе Брауна, наилучшие результаты получаются при $\alpha = 0,9$ (цит. по [5]). В [19, 20] рассмотрено прогнозирование на один шаг вперед стационарного процесса с автокорреляционной функцией вида:

$$r(\tau) = r_1^\tau, \quad (5)$$

где τ - лаг; $r(\tau)$ - значение автокорреляционной функции при лаге τ ; $r_1 = r(1)$ - значение автокорреляционной функции при лаге $\tau = 1$. При этом показано, что минимум среднего квадрата ошибки достигается при значении α , вычисляемом по формуле (цит. по [5]):

$$\alpha_{opt} = \begin{cases} \frac{3 \cdot r_1 - 1}{2 \cdot r_1} \text{ при } 1/3 < r_1 \leq 1, \\ 0 \text{ при } -1 \leq r_1 \leq 1/3. \end{cases} \quad (6)$$

Таким образом, второй вопрос, на который хотелось бы получить ответ, звучит следующим образом: какое значение параметра α является оптимальным?

На этом вопросы не заканчиваются. Понятно, что чем меньше значение постоянной сглаживания α , тем большую значимость приобретает выбор начальных условий экспоненциального сглаживания, иначе говоря – значения S_1 в формулах (1) и (3). В работе [24] в качестве первого сглаженного значения предлагается использовать первое значение исходного ВР (т.е., полагать, что $S_1 = y_1$) или использовать среднее арифметическое первых четырех или пяти значений ряда (т.е., полагать, что $S_1 = (1/4) \sum_{t=-2}^1 y_t$ или $S_1 = (1/5) \sum_{t=-3}^1 y_t$). Очевидно, что усреднять можно не только четыре или пять

значений ряда, но и два или три. При этом рассмотренный вариант $S_1 = y_1$ является частным случаем, когда в усреднении участвует только одно значение – первое. Тогда третий вопрос можно сформулировать так: какое количество предшествующих значений ВР должно участвовать в усреднении? И следует ли ограничиться только пятью значениями или количество используемых предшествующих значений может быть увеличено? Ответ на этот вопрос во многом зависит от количества значений ВР, которые доступны перед началом осуществления процедуры прогнозирования.

Наконец, необходимо решить, какую оценку качества модели прогнозирования (иначе говоря – ошибки прогнозирования) использовать для сравнения моделей между собой и выбора среди них оптимальной. Наиболее полный из встречавшихся авторам настоящей статьи обзоров был выполнен М.В. Щербаковым в работе [16]. Традиционно в работах, посвященных экспоненциальному сглаживанию, используется сумма квадратов ошибки (англ. Sum of Squared Errors), вычисляемая по формуле (7):

$$SSE = \sum_{t=1}^n e_t^2 = \sum_{t=1}^n (y_t - f_t)^2, \quad (7)$$

где e_t - ошибка прогноза в момент времени t .

Очевидно, что данная оценка малоприменима для практического использования, поскольку зависит от количества отсчетов n в рассматриваемом ВР и поэтому не может быть использована для сравнения результатов, получаемых с использованием рядов различной протяженности. В последнем случае целесообразно использовать квадрат средней квадратичной ошибки (англ. Mean Square Error, MSE):

$$MSE = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n e_t^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n (y_t - f_t)^2. \quad (8)$$

Основным недостатком данной оценки является ее зависимость от шкалы измерения. Иначе говоря, значение квадрата средней квадратичной ошибки, вычисленное для ВР курса доллара США к российскому рублю и ВР курса единой европейской валюты (евро) к российскому рублю будет различно из-за различия курсов (по состоянию на 23.01.2016 курс доллара США составлял 78,1390 руб. / \$, а курс евро - 84,3000 руб. / €). Для преодоления этого недостатка совместно с MSE (или вместо нее) используется одна из процентных (относительных) ошибок прогнозирования. Чаще всего это средняя относительная ошибка прогноза (англ. Mean Absolute Percentage Error, MAPE):

$$MAPE = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n \frac{|y_t - f_t|}{y_t} \cdot 100 = \frac{100}{n} \cdot \sum_{t=1}^n \frac{|y_t - f_t|}{y_t}. \quad (9)$$

Другое часто встречающееся в литературе название средней относительной ошибки прогноза – средняя относительная ошибка прогнозирования (англ. Average Forecasting Error Rate, AFER) [2]. Таким образом, в данной работе будут использованы две оценки качества модели прогнозирования –

MSE и MAPE (AFER). Кроме того, совместно с MSE будет использована средняя квадратичная ошибка (англ. Root Mean Square Error, RMSE).

Характеристика данных, использованных для исследований. По традиции [8] в качестве исходного материала для исследований были использованы данные о курсе рубля к доллару США, устанавливаемые Центральным банком Российской Федерации. Кроме того, были использованы данные о курсе рубля к единой европейской валюте. Для обеих валют были взяты данные с 01.01.2009 по 31.12.2015. Общее количество отсчетов во BP равно 1 736. Распределение количества отсчетов по годам представлено в таблице 1.

Таблица 1

Распределение количества отсчетов BP с 2009 по 2015 г.

Год	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Количество дней	365	365	365	366	365	365	365
Количество отсчетов	249	249	249	249	246	247	247

Строго говоря, рассматриваемые BP не являются равноотстоящими: курс не устанавливается Центральным банком в воскресенье и понедельник, а также в дни, следующие после праздничных. В то же время большинство методов, используемых для анализа, предназначены для анализа именно равноотстоящих BP. Данная проблема может быть решена одним из четырех способов:

- 1) с использованием исходного BP вычислить производный BP – например, ряд среднемесячных значений валютного курса;
- 2) считать исходный BP равноотстоящим, при этом отдельным отсчетам сопоставлять порядковый номер, а не дату;
- 3) дополнять отсутствующие значения предыдущими значениями BP (как, фактически, и происходит на практике, поскольку курс, устанавливаемый Центральным банком в субботу, действует также в воскресенье и понедельник);
- 4) использовать линейную интерполяцию для вычисления недостающих значений BP по известным соседним значениям.

В данной статье будут рассмотрены все четыре варианта. При этом в варианте 1 количество отсчетов составит 84, в варианте 2 – 1 736, в вариантах 3 и 4 – 2 556. Ряд для среднемесячного курса доллара США к российскому рублю представлен в таблице 2, а среднемесячного курса евро – в таблице 3.

Таблица 2

Динамика среднемесячного валютного курса USD / RUB

Год и месяц	Курс, руб.	Год и месяц	Курс, руб.	Год и месяц	Курс, руб.	Год и месяц	Курс, руб.
09-январь	32,4923	11-январь	29,9919	13-январь	30,2271	15-январь	65,1531
09-февраль	35,8144	11-февраль	29,3211	13-февраль	30,1631	15-февраль	64,5182
09-март	34,6577	11-март	28,4637	13-март	30,8003	15-март	60,3631
09-апрель	33,5833	11-апрель	28,0840	13-апрель	31,3502	15-апрель	53,2187
09-май	31,9948	11-май	27,9343	13-май	31,3059	15-май	50,4680
09-июнь	31,0580	11-июнь	27,9871	13-июнь	32,3068	15-июнь	54,4490
09-июль	31,5082	11-июль	27,9123	13-июль	32,7407	15-июль	57,1797
09-август	31,6497	11-август	28,7465	13-август	33,0249	15-август	65,4230
09-сентябрь	30,8567	11-сентябрь	30,5717	13-сентябрь	32,6017	15-сентябрь	66,7829
09-октябрь	29,4640	11-октябрь	31,3882	13-октябрь	32,0992	15-октябрь	63,2456
09-ноябрь	28,9035	11-ноябрь	30,8230	13-ноябрь	32,6940	15-ноябрь	65,0296
09-декабрь	29,9589	11-декабрь	31,4911	13-декабрь	32,8807	15-декабрь	69,7048
10-январь	29,8387	12-январь	31,2383	14-январь	33,7844	16-январь	–
10-февраль	30,1580	12-февраль	29,8855	14-февраль	35,2440	16-февраль	–
10-март	29,5594	12-март	29,3319	14-март	36,1986	16-март	–
10-апрель	29,1932	12-апрель	29,4909	14-апрель	35,6677	16-апрель	–

Год и месяц	Курс, руб.	Год и месяц	Курс, руб.	Год и месяц	Курс, руб.	Год и месяц	Курс, руб.
10-май	30,4349	12-май	30,8044	14-май	34,8337	16-май	-
10-июн	31,1743	12-июн	32,8784	14-июн	34,4495	16-июн	-
10-июл	30,6791	12-июл	32,5251	14-июл	34,6354	16-июл	-
10-авг	30,3510	12-авг	31,9568	14-авг	36,0984	16-авг	-
10-сен	30,8119	12-сен	31,5177	14-сен	37,9018	16-сен	-
10-окт	30,3228	12-окт	31,1157	14-окт	40,7987	16-окт	-
10-ноя	30,9866	12-ноя	32,2527	14-ноя	46,2175	16-ноя	-
10-дек	30,8577	12-дек	32,1568	14-дек	55,7704	16-дек	-

Таблица 3

Динамика среднемесячного валютного курса EUR / RUB

Год и месяц	Курс, руб.	Год и месяц	Курс, руб.	Год и месяц	Курс, руб.	Год и месяц	Курс, руб.
09-январь	42,8510	11-январь	40,2219	13-январь	40,2749	15-январь	75,3377
09-фев	44,0488	11-фев	40,0105	13-фев	40,3752	15-фев	73,2950
09-мар	45,2465	11-мар	39,7989	13-мар	39,9356	15-мар	65,4129
09-апр	44,2798	11-апр	40,5525	13-апр	40,7799	15-апр	57,3572
09-май	43,5830	11-май	40,0165	13-май	40,5417	15-май	56,3063
09-июн	43,5307	11-июн	40,2633	13-июн	42,5948	15-июн	61,1039
09-июл	44,3557	11-июл	39,9074	13-июл	42,8130	15-июл	62,9885
09-авг	45,0949	11-авг	41,2173	13-авг	43,9693	15-авг	72,8399
09-сен	44,8710	11-сен	42,0696	13-сен	43,4832	15-сен	75,0396
09-окт	43,6406	11-окт	42,9218	13-окт	43,7477	15-окт	71,0406
09-ноя	43,1211	11-ноя	41,8654	13-ноя	44,1525	15-ноя	69,8765
09-дек	43,8362	11-дек	41,4942	13-дек	45,0286	15-дек	75,7851
10-январь	42,5738	12-январь	40,2722	14-январь	46,0588	16-январь	-
10-фев	41,3068	12-фев	39,4822	14-фев	48,1064	16-фев	-
10-мар	40,1300	12-мар	38,7875	14-мар	50,0314	16-мар	-
10-апр	39,2297	12-апр	38,8145	14-апр	49,2408	16-апр	-
10-май	38,2635	12-май	39,4412	14-май	47,8373	16-май	-
10-июн	38,1090	12-июн	39,7291	14-июн	46,8631	16-июн	-
10-июл	39,0718	12-июл	40,0169	14-июл	46,9568	16-июл	-
10-авг	39,2135	12-авг	39,5707	14-авг	48,0993	16-авг	-
10-сен	40,0930	12-сен	40,4635	14-сен	48,9781	16-сен	-
10-окт	42,0855	12-окт	40,3385	14-окт	51,7555	16-окт	-
10-ноя	42,3289	12-ноя	40,2933	14-ноя	57,6835	16-ноя	-
10-дек	40,7821	12-дек	40,3133	14-дек	68,7635	16-дек	-

В графической форме динамика среднемесячного валютного курса USD / RUB показана на рисунке 1, а EUR / RUB – на рисунке 2.

В работе [7] было показано, что ВР среднемесячного курса доллара США к российскому рублю не является стационарным, даже в широком смысле. Кроме того, рассматриваемый ВР не является стационарным относительно линейного тренда. Следовательно, единственная возможность получения стационарного ВР – осуществление процедуры дифференцирования. Однократное применение данной процедуры позволяет получить слабо стационарный ВР первых разностей среднемесячного курса [7].

Естественно предположить, что среднемесячный курс единой европейской валюты (Евро) к российскому рублю, а также ежедневные курсы рассматриваемых валют обладают аналогичными свойствами. Поэтому в настоящей работе, помимо определения оптимальных параметров прогнозирования по методу экспоненциального сглаживания для исходных ВР, также определяются оптимальные параметры для первых разностей указанных рядов. Кроме того, определяются оптимальные параметры для модели прогнозирования, в которой прогнозное значение ВР вычисляется как сумма текущего значения ВР и его прогнозного приращения.

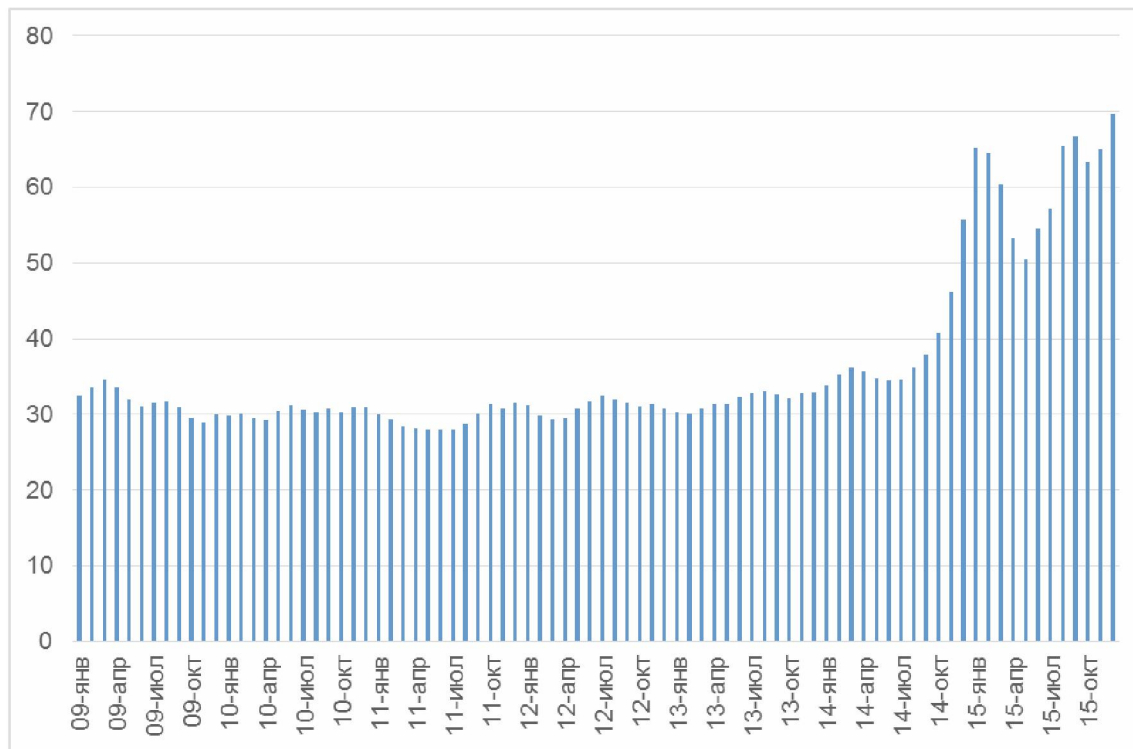


Рис. 1. Динамика среднемесячного валютного курса USD / RUB (руб. за 1 \$)
с января 2009 г. по декабрь 2015 г.

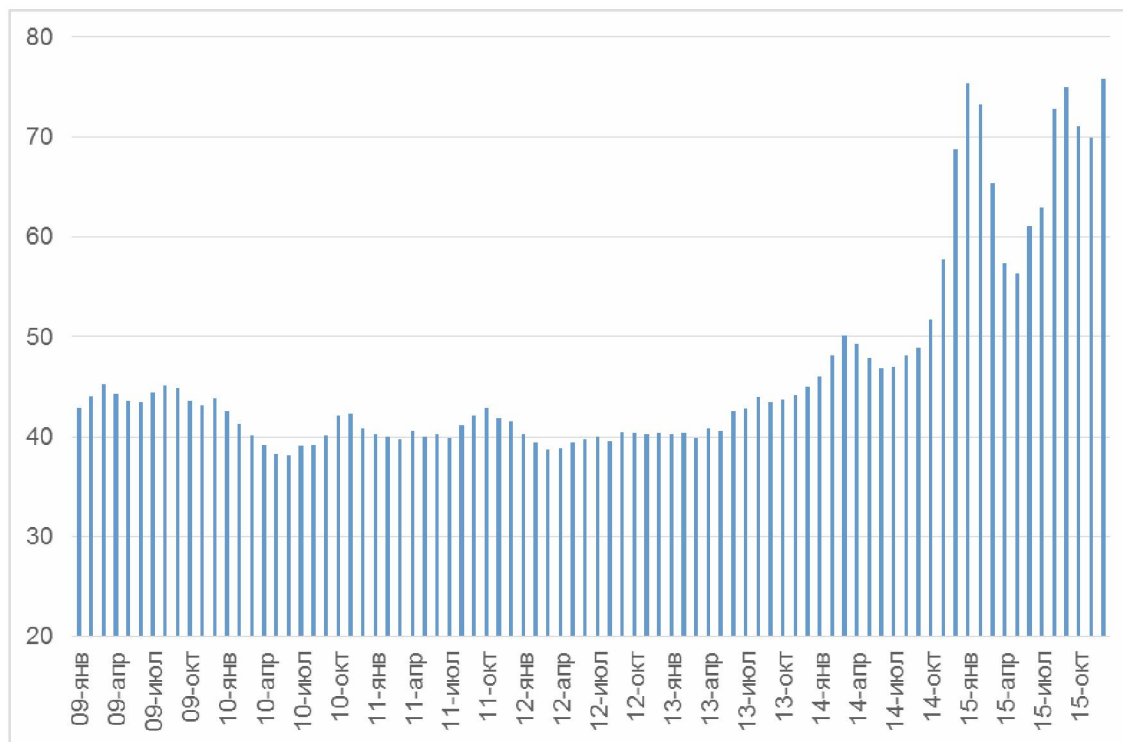


Рис. 2. Динамика среднемесячного валютного курса EUR / RUB (руб. за 1 €)
с января 2009 г. по декабрь 2015 г.

Таким образом, для проведения исследования используются:

- значения курсов двух валют к российскому рублю: доллара и евро;
- два метода экспоненциального сглаживания: Брауна и Хантера;
- три модели прогнозирования по методу экспоненциального сглаживания (исходный ВР, первые разности ВР, модель, использующая текущее значение ВР и его прогнозное приращение);
- четыре вида ВР (среднемесячные значения, исходные ежедневные значения, исходные ежедневные значения, в которых отсутствующие отсчеты в выходные дни дополнены предыдущими значениями, исходные ежедневные значения, в которых отсутствующие значения в выходные дни дополнены с использованием интерполяции по предыдущему и последующему значениям).

Общее количество рассматриваемых вариантов, таким образом, составит: $2 \times 2 \times 3 \times 4 = 48$. Для удобства последующего изложения указанным вариантам присвоены числовые обозначения, показанные в таблице 4 с использованием следующих обозначений: среднемесячный курс USD/RUB (СМК USD/RUB); ежедневный курс USD/RUB (ЕК USD/RUB); среднемесячный курс EUR/RUB (СМК EUR/RUB); ежедневный курс EUR / RUB (ЕК EUR/RUB)

Таблица 4

Числовые обозначения (шифры) для вариантов расчетов

Шифр	Модель	Содержание данных
1-1	Брауна	СМК USD/RUB
1-2	Хантера	СМК USD/RUB
1-3	Брауна	ЕК USD/RUB, без дополнения пропущенных значений
1-4	Хантера	ЕК USD/RUB, без дополнения пропущенных значений
1-5	Брауна	ЕК USD/RUB, пропущенные значения дополнены предыдущими значениями
1-6	Хантера	ЕК USD/RUB, пропущенные значения дополнены предыдущими значениями
1-7	Брауна	ЕК USD/RUB, пропущенные значения интерполированы по предыдущему и последующему значениям
1-8	Хантера	ЕК USD/RUB, пропущенные значения интерполированы по предыдущему и последующему значениям
2-1	Брауна	СМК EUR/RUB
2-2	Хантера	СМК EUR/RUB
2-3	Брауна	ЕК EUR/RUB, без дополнения пропущенных значений
2-4	Хантера	ЕК EUR/RUB, без дополнения пропущенных значений
2-5	Брауна	ЕК EUR/RUB, пропущенные значения дополнены предыдущими значениями
2-6	Хантера	ЕК EUR/RUB, пропущенные значения дополнены предыдущими значениями
2-7	Брауна	ЕК EUR/RUB, пропущенные значения интерполированы по предыдущему и последующему значениям
2-8	Хантера	ЕК EUR/RUB, пропущенные значения интерполированы по предыдущему и последующему значениям
3-1	Брауна	Первые разности СМК USD/RUB
3-2	Хантера	Первые разности СМК USD/RUB
3-3	Брауна	Первые разности ЕК USD/RUB, без дополнения пропущенных значений
3-4	Хантера	Первые разности ЕК USD/RUB, без дополнения пропущенных значений
3-5	Брауна	Первые разности ЕК USD/RUB, пропущенные значения дополнены предыдущими значениями
3-6	Хантера	Первые разности ЕК USD/RUB, пропущенные значения дополнены предыдущими значениями
3-7	Брауна	Первые разности ЕК USD/RUB, пропущенные значения интерполированы по предыдущему и последующему значениям
3-8	Хантера	Первые разности ЕК USD/RUB, пропущенные значения интерполированы по предыдущему и последующему значениям
4-1	Брауна	Первые разности СМК EUR/RUB
4-2	Хантера	Первые разности СМК EUR/RUB
4-3	Брауна	Первые разности ЕК EUR/RUB, без дополнения пропущенных значений
4-4	Хантера	Первые разности ЕК EUR/RUB, без дополнения пропущенных значений

Шифр	Модель	Содержание данных
4-5	Брауна	Первые разности ЕК EUR/RUB, пропущенные значения дополнены предыдущими значениями
4-6	Хантера	Первые разности ЕК EUR/RUB, пропущенные значения дополнены предыдущими значениями
4-7	Брауна	Первые разности ЕК EUR/RUB, пропущенные значения интерполированы по предыдущему и последующему значениям
4-8	Хантера	Первые разности ЕК EUR/RUB, пропущенные значения интерполированы по предыдущему и последующему значениям
5-1	Брауна	Сложная модель прогнозирования СМК USD/RUB
5-2	Хантера	Сложная модель прогнозирования СМК USD/RUB
5-3	Брауна	Сложная модель прогнозирования ЕК USD/RUB, без дополнения пропущенных значений
5-4	Хантера	Сложная модель прогнозирования ЕК USD/RUB, без дополнения пропущенных значений
5-5	Брауна	Сложная модель прогнозирования ЕК USD/RUB, пропущенные значения дополнены предыдущими значениями
5-6	Хантера	Сложная модель прогнозирования ЕК USD/RUB, пропущенные значения дополнены предыдущими значениями
5-7	Брауна	Сложная модель прогнозирования ЕК USD/RUB, пропущенные значения интерполированы по предыдущему и последующему значениям
5-8	Хантера	Сложная модель прогнозирования ЕК USD/RUB, пропущенные значения интерполированы по предыдущему и последующему значениям
6-1	Брауна	Сложная модель прогнозирования СМК EUR/RUB
6-2	Хантера	Сложная модель прогнозирования СМК EUR/RUB
6-3	Брауна	Сложная модель прогнозирования ЕК EUR/RUB, без дополнения пропущенных значений
6-4	Хантера	Сложная модель прогнозирования ЕК EUR/RUB, без дополнения пропущенных значений
6-5	Брауна	Сложная модель прогнозирования ЕК EUR/RUB, пропущенные значения дополнены предыдущими значениями
6-6	Хантера	Сложная модель прогнозирования ЕК EUR/RUB, пропущенные значения дополнены предыдущими значениями
6-7	Брауна	Сложная модель прогнозирования ЕК EUR/RUB, пропущенные значения интерполированы по предыдущему и последующему значениям
6-8	Хантера	Сложная модель прогнозирования ЕК EUR/RUB, пропущенные значения интерполированы по предыдущему и последующему значениям

Для каждого варианта методом поиска на двумерной сетке точек определены оптимальные значения параметра α , s_1 и значения ошибок, соответствующие оптимальным параметрам. В таблице 5 представлены следующие значения: для квадрата средней квадратичной ошибки (MSE); для средней квадратичной ошибки (RMSE); для средней относительной ошибки прогноза (MAPE). Кроме того, для сравнения представлено значение средней относительной ошибки прогноза (MAPE), получаемое при осуществлении наивного прогноза. В каждой группе столбцов таблицы 5 представлено следующее: значение параметра α , обеспечивающего минимальное значение ошибки; количество значений ВР, участвующих в усреднении и формирующих значение s_1 (начальное условие экспоненциального сглаживания); значение ошибки (MSE, RMSE, MAPE – в зависимости от столбца таблицы), соответствующее выбранным значениям α и s_1 . Число строк таблицы равно 48 – по количеству рассматриваемых вариантов (см. выше).

Таблица 5

**Значения ошибок MSE, RMSE, MAPE для различных вариантов исходных данных
и моделей прогнозирования**

Вариант	MSE			RMSE			MAPE			Naive, MAPE, %
	α	s_1	MSE, руб. ²	α	s_1	RMSE, руб.	α	s_1	MAPE, %	
1-1	1	1	5,67	1	1	2,38	1	1	3,15	3,15
1-2	1	3	5,60	1	3	2,37	1	3	3,11	3,15
1-3	0,97	10	0,33	0,97	10	0,57	1	1	0,68	0,68
1-4	0,97	4	0,33	0,97	4	0,57	1	4	0,68	0,68
1-5	0,98	1	0,22	0,98	1	0,47	1	1	0,46	0,46
1-6	0,98	1	0,22	0,98	1	0,47	1	1	0,46	0,46
1-7	0,98	10	0,18	0,98	10	0,42	1	1	0,46	0,46
1-8	0,98	3	0,18	0,98	3	0,42	1	3	0,46	0,46
2-1	1	1	7,01	1	1	2,65	1	1	2,78	2,78
2-2	1	3	6,93	1	3	2,63	1	3	2,74	2,78
2-3	0	9	0,48	0	9	0,69	0	1	0,61	0,61
2-4	0,98	2	0,48	0,98	2	0,69	1	2	0,61	0,61
2-5	0,98	1	0,32	0,98	1	0,57	1	1	0,42	0,42
2-6	0,98	1	0,32	0,98	1	0,57	1	1	0,42	0,42
2-7	0,99	10	0,27	0,99	10	0,52	1	1	0,42	0,42
2-8	0,99	3	0,27	0,99	3	0,52	1	3	0,42	0,42
3-1	1	1	4,92	1	1	2,22	0,02	7	99,55	184,48
3-2	1	2	4,86	1	2	2,20	0,02	7	99,70	184,48
3-3	0,02	10	0,33	0,02	10	0,58	0,02	10	171,36	880,14
3-4	0,02	10	0,33	0,02	10	0,58	0,02	10	171,27	880,14
3-5	0	1	0,22	0	1	0,47	0	1	67,87	-
3-6	0	1	0,22	0	1	0,47	0	1	67,84	-
3-7	0,01	1	0,18	0,01	1	0,42	0,01	1	153,18	593,64
3-8	0,01	1	0,18	0,01	1	0,42	0,01	1	153,12	593,64
4-1	1	1	6,77	1	1	2,60	0	10	99,93	224,16
4-2	1	2	6,68	1	2	2,59	0	10	99,90	224,16
4-3	0	3	0,48	0	3	0,69	0	3	104,86	461,26
4-4	0	3	0,48	0	3	0,69	0	3	104,85	461,26
4-5	0	1	0,32	0	1	0,57	0	1	67,93	-
4-6	0	1	0,32	0	1	0,57	0	1	67,90	-
4-7	0,01	1	0,27	0,01	1	0,52	0,01	1	117,66	363,25
4-8	0,01	1	0,27	0,01	1	0,52	0,01	1	117,62	363,25
5-1	1	1	4,92	1	1	2,22	0,05	10	3,09	3,15
5-2	1	2	4,86	1	2	2,20	0,87	2	3,06	3,15
5-3	0,02	10	0,33	0,02	10	0,58	0,05	10	0,68	0,68
5-4	0,02	10	0,33	0,02	10	0,58	0,05	10	0,68	0,68
5-5	0	1	0,22	0	1	0,47	0	1	0,46	0,46
5-6	0	1	0,22	0	1	0,47	0	1	0,46	0,46
5-7	0,01	1	0,18	0,01	1	0,42	0,01	3	0,46	0,46
5-8	0,01	1	0,18	0,01	1	0,42	0,01	3	0,46	0,46
6-1	1	1	6,77	1	1	2,60	0	10	2,78	2,78
6-2	1	2	6,68	1	2	2,59	0	10	2,77	2,78
6-3	0	3	0,48	0	3	0,69	0	3	0,61	0,61
6-4	0	3	0,48	0	3	0,69	0	3	0,61	0,61
6-5	0	1	0,32	0	1	0,57	0	1	0,42	0,42
6-6	0	1	0,32	0	1	0,57	0	1	0,42	0,42
6-7	0,01	1	0,27	0,01	1	0,52	0,01	6	0,42	0,42
6-8	0,01	1	0,27	0,01	1	0,52	0,01	6	0,42	0,42

Анализ данных таблицы 5 позволяет сделать следующие выводы.

1. Оптимальные значения α и s_1 , обеспечивающие минимизацию MSE и RMSE, очевидно, совпадают (поскольку $RMSE = \sqrt{MSE}$, [16]).

2. Оптимальные значения α и s_1 , обеспечивающие минимизацию MSE и MAPE, совпадают далеко не всегда. Более того, в ряде случаев, оптимальные значения α и s_1 , полученные для MSE и MAPE, различаются кардинально. Так, например, для варианта 5-1 для MSE $\alpha^{opt} = 1$, $s_1^{opt} = 1$, а для MAPE $\alpha^{opt} = 0,05$, $s_1^{opt} = 10$. Это еще раз подчеркивает важность указания критерия (иначе говоря – оценки ошибки модели прогнозирования), с использованием которого осуществляется поиск оптимальных параметров α^{opt} и s_1^{opt} .

3. Модель Хантера в целом обеспечивает построение несколько более точных моделей, чем модель Брауна. Различие незначительное и не превышает нескольких копеек для RMSE и нескольких сотых процентных пункта для MAPE.

4. Оптимальные значения параметра сглаживания α не принадлежат интервалу, рекомендуемому Хантером $[0,2; 0,3]$. Для исходного ВР оптимальные значения параметра сглаживания α в большинстве случаев равны «1». С учетом того, что прогнозное значение по модели Хантера вычисляется по формуле $f_{t+1}^{(H)} = \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot s_t, t \geq 1$, при $\alpha = 1$ имеем $f_{t+1}^{(H)} = y_t$, т.е. для исходного ВР наилучшие результаты получаются при использовании наивной модели прогнозирования. Для ряда первых разностей оптимальные значения параметра сглаживания α близки к нулю, т.е. для всех t имеем $f_{t+1}^{(H)} = s_t$, что, фактически, означает, что всем значениям ВР присваивается первоначальное сглаженное значение.

5. При таких условиях особую важность приобретает правильность выбора начального значения. По этой причине для ряда первых разностей используется достаточно большое количество начальных отсчетов ВР для формирования первого сглаженного значения.

6. Перевод ВР в разряд слабо стационарных с последующим использованием сложной модели прогнозирования далеко не всегда обеспечивает повышение точности прогнозов. Так, для средне-месячного курса USD/RUB переход к сложной модели прогнозирования обеспечивает снижение MAPE с 3,15 до 3,09 % для модели Брауна и с 3,11 до 3,06 % для модели Хантера. Таким образом, повышение точности прогнозирования по MAPE составляет от 0,05 до 0,06 процентных пункта. Для средне-месячного курса EUR/RUB переход к сложной модели с осуществлением экспоненциального сглаживания по модели Брауна не приводит к снижению значения MAPE, которое остается на уровне 2,78 %, а при использовании модели Хантера наблюдается рост погрешности MAPE с 2,74 до 2,77 %, т.е. на 0,03 процентных пункта. Таким образом, решение о целесообразности использования более сложной модели прогнозирования должно приниматься в каждом случае индивидуально.

7. Вопрос о соответствии оптимальных значений α значениям, вычисленным по формуле (6), требует нахождения автокорреляционной функции временных рядов, полученных из исходных после взятия последовательных разностей. Значения r_1 автокорреляционной функции $r(\tau)$ при $\tau = 1$ представлены в таблице 6. В этой же таблице представлены теоретические оптимальные значения α , обеспечивающие минимум среднего квадрата ошибки, вычисленные по формуле (6), и практические оптимальные значения α , найденные в результате выполнения процедуры поиска на сетке.

Таблица 6

Теоретические и практические оптимальные значения α , обеспечивающие минимум среднего квадрата ошибки

Варианты	3-1, 3-2	3-3, 3-4	3-5, 3-6	3-7, 3-8	4-1, 4-2	4-3, 4-4	4-5, 4-6	4-7, 4-8
r_1	0,54	-0,04	-0,03	-0,02	0,49	-0,02	-0,02	-0,01
$\alpha_{opt}^{теор.}$	0,16	0	0	0	0,11	0	0	0
$\alpha_{opt}^{практ.}$	1	0,02	0	0,01	1	0	0	0,01

Анализ данных таблицы 6 позволяет сделать следующий вывод: в большинстве случаев теоретические и практические значения α , обеспечивающие минимум среднего квадрата ошибки, совпадают (с точностью до 0,01–0,02). Однако для рядов первых разностей среднемесячного курса доллара США и евро к российскому рублю несовпадение оказывается довольно существенным. В таблице 6 серым цветом фона выделены варианты, соответствующие наибольшему расхождению между теоретически и практически полученными значениями α . Так, для курса доллара теоретическое оптимальное значение α составляет 0,16, а практическое значение, полученное в результате поиска на сетке составляет «1» и соответствует, как и ранее, наивной модели. Для курса евро теоретическое оптимальное значение α составляет 0,11, а практическое значение также составляет «1» и соответствует наивной модели. Это может быть объяснено малым количеством членов производного ряда (83), а также неточным соответствием полученных автокорреляционных функций формуле (5). В любом случае, полученный результат доказывает целесообразность выполнения поиска по сетке для определения оптимальных параметров экспоненциального сглаживания в каждом конкретном случае.

8. Наибольшее снижение ошибки MAPE по сравнению с вариантом наивного прогнозирования (без учета ряда последовательных разностей курсов USD/RUB и EUR/RUB) наблюдается в вариантах 5-1 и 5-2 – с 3,15 до 3,09 % в варианте 5-1 и с 3,15 до 3,06 % в варианте 5-2. По данному критерию оптимальной следует признать модель прогнозирования, реализуемую в варианте 5-2 (сложная модель прогнозирования с использованием экспоненциального сглаживания по модели Хантера).

Выводы. Полученные результаты позволяют дать следующие ответы на поставленные в начале статьи вопросы.

1. При выборе между моделью Брауна и моделью Хантера предпочтение следует отдать модели Хантера.

2. Оптимальное значение параметра сглаживания α в каждом случае должно определяться индивидуально путем выполнения поиска на сетке. Для рассматриваемых исходных данных без трансформации (преобразования) оптимальное значение параметра сглаживания α равно «1», что соответствует построению наивного прогноза.

3. Для получения первого сглаженного значения в усреднении может участвовать различное число членов исходного ряда. Общая тенденция такова, что большее число членов ряда, участвующих в усреднении, обеспечивают меньшее значение ошибки прогнозирования.

4. Для сравнения различных моделей, построенных на одних и тех же данных, следует использовать квадрат средней квадратичной ошибки (MSE). В случае использования различных данных (как в настоящей работе) необходимо дополнительно использовать среднюю относительную ошибку прогноза (MAPE). В общем случае целесообразно совместное использование двух указанных оценок качества модели – MSE и MAPE.

Список литературы

1. Бокс Дж. Анализ временных рядов, прогноз и управление : пер. с англ. / Дж. Бокс, Г. Дженкинс ; под ред. В. Ф. Писаренко. – Москва : Мир, 1974. – Кн. 1. – 406 с.
2. Демидова Л. А. Подход к оценке моделей прогнозирования на основе строго бинарных деревьев и модифицированного алгоритма клонального отбора / Л. А. Демидова // Бизнес-информатика. – 2015. - № 1. – С. 58–68.
3. Керенский А. М. Экспоненциальное сглаживание параметров ВР при наличии тренда / А. М. Керенский // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С. П. Королёва (национального исследовательского университета). – 2011. - № 3–4 (27). – С. 219–223.
4. Кузнецов А. А. К вопросу о выборе констант в методах экспоненциального сглаживания при анализе временных рядов / А. А. Кузнецов, А. В. Журов // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М. Ф. Решетнева. – 2007. - № 3. – С. 76.
5. Лукашин Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов : учебное пособие / Ю. П. Лукашин. – Москва : Финансы и статистика, 2003. – 416 с.
6. Лысенко М. В., Лысенко Ю. В., Таипова Э. Х. Прогнозирование финансово-экономических величин на основе статистического моделирования / М. В. Лысенко, Ю. В. Лысенко, Э. Х. Таипова // Фундаментальные исследования. - 2014. — № 11–12. – С. 2692–2699.
7. Пилюгина А. В., Бойко А. А. Использование моделей ARIMA для прогнозирования валютного курса / А. В. Пилюгина, А. А. Бойко // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. – 2015. - № 4 (32). – С. 249–267.

8. Пилогина А. В. Опыт использования аппарата нечетких множеств в прогнозировании валютного курса / А. В. Пилогина, А. А. Бойко // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. – 2014. – № 3 (27). – С. 143–157.
9. Романюк А. В. Макроэкономическое планирование и прогнозирование : конспект лекций. – Режим доступа <http://eco.tversu.ru/Doc/mep.pdf> (дата обращения 23.01.2016), свободный. – Заглавие с экрана. – Яз. рус.
10. Тарджуманян А. А. Прогнозирование по методам простого и двойного экспоненциального сглаживания / А. А. Тарджуманян // Молодежный научно-технический вестник Московского государственного технического университета имени Н. Э. Баумана. – 2015. – № 3.
11. Фетисова И. С. Прогнозирование развития бизнес-процессов: основные этапы и модели / И. С. Фетисова // Вопросы региональной экономики. – 2014. – Т. 21, № 4. – С. 159–170.
12. Цыплаков А. А. Российская инфляция и неопределенность движения потребительских цен: подход на основе экспоненциального сглаживания / А. А. Цыплаков // Вестник Уральского федерального университета. Серия: Экономика и управление. – 2013. – № 1. – С. 112–122.
13. Шапранов А. В. Эконометрические модели прогнозирования ставки LIBOR / А. В. Шапранов // Государственный аудит. Право. Экономика. – 2013. – № 4. – С. 99–108.
14. Швец Ю. А. Применение метода экспоненциального сглаживания для краткосрочного прогнозирования оборотных средств в деятельности предприятий машиностроения / Ю. А. Швец // Основы экономики, управления и права. – 2013. – № 5 (11). – С. 139–145.
15. Шевченко И. В. Некоторые модели анализа и прогнозирования временных рядов / И. В. Шевченко // Системная информатика. – 2013. – № 2 (2). – С. 23–40.
16. Щербаков М. В., Бребельс А., Щербакова Н. Л., Тюков А. П. Обзор оценок качества моделей прогнозирования / М. В. Щербаков, А. Бребельс, Н. Л. Щербакова, А. П. Тюков. – Режим доступа: http://www.mtas.ru/bitrix/components/bitrix/forum.interface/show_file.php?fid=6450 (дата обращения 19.03.2016), свободный. – Заглавие с экрана. – Яз. рус.
17. Brown R. G. Statistical forecasting for inventory control / R. G. Brown. – New York : McGraw-Hill book company, 1959. – 240 p.
18. Cizar P. Optimization Methods of EWMA Statistics / P. Cizar // Acta Polytechnica Hungarica. – 2011. – Vol. 8, № 5. – P. 73–87.
19. Cohen G. D. A note on exponential smoothing and autocorrelated inputs / G. D. Cohen // Operations research. – 1963. – Vol. 11, № 3. – P. 361–367.
20. Cox D. R. Prediction by exponentially weighted moving averages and related methods / D. R. Cox // Journal of the Royal statistical society. – 1961. – Vol. 23, № 2. – P. 414–422.
21. EWMA Control Charts. – Режим доступа: <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmc/section3/pmc324.htm> (дата обращения 23.01.2016), свободный. – Заглавие с экрана. – Яз. англ.
22. Gardner E. S. Exponential smoothing: the state of the art / E. S. Gardner // Journal of forecasting. – 1985. – Vol. 4. – P. 1–28.
23. Hunter J. S. The exponentially weighted moving average / J. S. Hunter // Journal of quality technology. – 1986. – Vol. 18, № 4. – P. 203–210.
24. Kalekar P. S. Time series forecasting using Holt-Winters exponential smoothing. – Режим доступа: <http://labs.omniti.com/people/jesus/papers/holtwinters.pdf> (дата обращения 23.01.2016), свободный. – Заглавие с экрана. – Яз. англ.
25. Single exponential smoothing. – Режим доступа: <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmc/section4/pmc431.htm> (дата обращения 23.01.2016), свободный. – Заглавие с экрана. – Яз. англ.

References

1. Boks Dzh., Dzhenkins G. *Analiz vremennykh ryadov. Prognoz i upravlenie* [Time series analysis: forecasting and control], Moscow, Mir Publ., 1974. 406 p.
2. Demidova L. A. *Podkhod k otsenke modeley prognozirovaniya na osnove strogo binarnykh derevev i modifitsirovannogo algoritma klonal'nogo otbora* [An approach to forecasting models estimation using strict binary trees and modified clonal selection algorithm]. *Biznes-informatika* [Business Informatics], 2015, no. 1, pp. 58–68.
3. Kerensky A. M. *Eksponentsialnoe sglazhivanie parametrov vremennogo ryada pri nalichii trenda* [Exponential smoothing parameter time series in the presence of trend]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta imeni akademika S. P. Korolyova (natsionalnogo issledovatel'skogo universiteta)* [Bulletin of the Samara State Aerospace University named after Academician S. P. Korolyov (National Research University)], 2011, no. 3–4 (27), pp. 219–223.
4. Kuznetsov A. A., Zhurov A. V. *K voprosu o vybere konstant v metodakh eksponentsialnogo sglazhivaniya pri analize vremennykh ryadov* [To the question of constants choice in methods of exponential smoothing in analysis of time series]. *Vestnik Sibirskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta imeni akademika M. F. Reshetneva* [Bulletin of the Siberian State Aerospace University named after Academician M.F. Reshetnev], 2007, no. 3, pp. 76.

5. Lukashin Yu. P. *Adaptivnye metody kratkosrochnogo prognozirovaniya vremennykh ryadov* [Adaptive methods for short-term time series forecasting], Moscow, Finansy i statistika Publ., 2003. 416 p.
6. Lysenko M. V., Lysenko Yu. V., Taipova E. Kh. *Prognozirovaniye finansovo-ekonomicheskikh velichin na osnove statisticheskogo modelirovaniya* [Prediction financial and economic quantities based on statistical modeling]. *Fundamentalnye issledovaniya* [Fundamental Research], 2014, no. 11–12, pp. 2692–2699.
7. Pilyugina A. V., Boiko A. A. *Ispolzovanie modeley ARIMA dlya prognozirovaniya valyutnogo kursa* [Using ARIMA models for forecasting of currency exchange rate]. *Prikaspiyskiy zhurnal: upravlenie i vysokie tekhnologii* [Caspian Journal: Management and High Technologies], 2015, no. 4 (32), pp. 249–267.
8. Pilyugina A. V., Boiko A. A. *Opyt ispol'zovaniya apparata nechyotkikh mnozhestv v prognozirovanii valyutnogo kursa* [Experience with using fuzzy sets in forecasting of currency exchange rate]. *Prikaspiyskiy zhurnal: upravlenie i vysokie tekhnologii* [Caspian Journal: Management and High Technologies], 2014, no. 3 (27), pp. 143–157.
9. Romanyuk A. V. *Makroekonomicheskoe planirovaniye i prognozirovaniye* [Macroeconomic planning and forecasting]. Available at: <http://eco.tversu.ru/Doc/mep.pdf> (accessed 23.08.2016).
10. Tardzhumanyan A. A. *Prognozirovaniye po metodam prostogo i dvoynogo eksponentsialnogo sglazhivaniya* [Forecasting using single and double exponential smoothing methods]. *Molodyozhmyy nauchno-tekhnicheskyy vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta imeni N. E. Baumana* [Scientific and Technical Youth Bulletin of the Bauman Moscow State Technical University], 2015, no. 3.
11. Fetisova I. S. *Prognozirovaniye razvitiya biznes-protsessov: osnovnye etapy i modeli* [Forecasting of development of business processes: the main stages and models]. *Voprosy regionalnoy ekonomiki* [Regional Economics Matters], 2014, vol. 21, no. 4, pp. 159–170.
12. Cyplakov A. A. *Rossiyskaya inflyatsiya i neopredelennost dvizheniya potrebitelskikh tsen: podkhod na osnove eksponentsialnogo sglazhivaniya* [Russian inflation and uncertainty of consumer prices movement: approach based of exponential leveling]. *Vestnik Uralskogo federalnogo universiteta. Seriya: Ekonomika i upravlenie* [Ural Federal University Bulletin. Economics and Management Series], 2013, no. 1, pp. 112–122.
13. Shapranov A. V. *Ekonometricheskie modeli prognozirovaniya stavki LIBOR* [Econometric forecasting model on LIBOR]. *Gosudarstvennyy audit. Pravo. Ekonomika* [Government Auditing. Law. Economics], 2013, no. 4, pp. 99–108.
14. Shvets Yu. A. *Primeneniye metoda eksponentsialnogo sglazhivaniya dlya kratkosrochnogo prognozirovaniya oborotnykh sredstv v deyatelnosti predpriyatiy mashinostroeniya* [Application of method of exponential smoothing for short-term forecasting of circulating assets in the activity of enterprises of mechanical engineering]. *Osnovy ekonomiki, upravleniya i prava* [The Fundamentals of Economics, Governance and Law], 2013, no. 5 (11), pp. 139–145.
15. Shevchenko I. V. *Nekotorye modeli analiza i prognozirovaniya vremennykh ryadov* [Some models of time series analysis and prediction]. *Sistemnaya informatika* [System Informatics], 2013, no. 2 (2), pp. 23–40.
16. Shcherbakov M. V., Brebels A., Shcherbakova N. L., Tyukov A. P. *Obzor otsenok kachestva modeley prognozirovaniya* [A Survey of forecast error measures]. Available at: http://www.mtas.ru/bitrix/components/bitrix/forum.interface/show_file.php?fid=6450 (accessed 19.03.2016).
17. Brown R. G. *Statistical forecasting for inventory control*, New York, McGraw-Hill book company Publ., 1959. 240 p.
18. Cizar P. Optimization Methods of EWMA Statistics. *Acta Polytechnica Hungarica*, 2011, vol. 8, no. 5, pp. 73–87.
19. Cohen G. D. A note on exponential smoothing and autocorrelated inputs. *Operations research*, 1963, vol. 11, no. 3, pp. 361–367.
20. Cox D. R. Prediction by exponentially weighted moving averages and related methods. *Journal of the Royal statistical society*, 1961, vol. 23, no. 2, pp. 414–422.
21. *EWMA Control Charts*. Available at: <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmc/section3/pmc324.htm> (accessed 23.08.2016).
22. Gardner E. S. Exponential smoothing: the state of the art. *Journal of forecasting*, 1985, vol. 4, pp. 1–28.
23. Hunter J. S. The exponentially weighted moving average. *Journal of quality technology*, 1986, vol. 18, no. 4, pp. 203–210.
24. Kalekar P. S. *Time series forecasting using Holt-Winters exponential smoothing*. Available at: <http://labs.omniti.com/people/jesus/papers/holtwinters.pdf> (accessed 23.08.2016).
25. *Single exponential smoothing*. Available at: <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmc/section4/pmc431.htm> (accessed 23.08.2016).